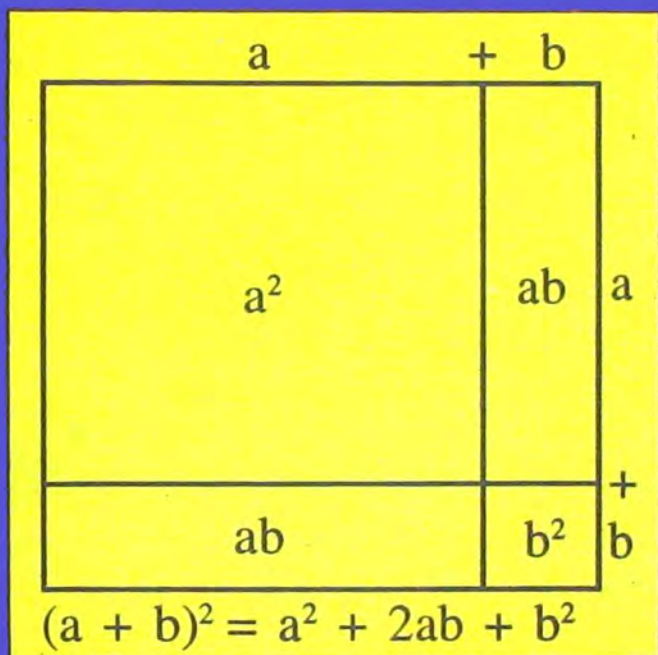


ବୀଜଗଣିତର କଉତୁକ



ଶ୍ରୀ କଲ୍ୟାଣ ମହାପାତ୍ର

ବୀଜଗଣିତର କଉତୁକ

ଶ୍ରୀ କଲ୍ୟାଣ ମହାପାତ୍ର

ନବଯୁଗ ଗ୍ରନ୍ଥାଳୟ
କଟକ

ପ୍ରାକ୍ କଥନ

ସହର ବଜାରର ଲୁଗା ମାର୍କେଟ, ପରିବା
ମାର୍କେଟ, ଜୋତା ମାର୍କେଟ ଆଦି ଦେଇ
ଚାଲିଗଲାବେଳେ କେଉଁ ଜିନିଷ ଦେଖିବାକୁ ମନପସନ୍ଦ
ହୋଇଥାଏ ତ କେଉଁଟି ମନ ପସନ୍ଦ ହୋଇ ନଥାଏ ।
ମାତ୍ର ଦୋକାନୀ ତା'ର ସମସ୍ତ ଦରବନ୍ତ ଭଲ କହି
ପ୍ରତ୍ୟାଶ୍ରୀ ଗରାଖର ମନ ବହୁଳାଇ ଥାଏ । ତେଣୁ କଥିତ
ଅଛି : “କହି ଜାଣିଲେ କଥା ସୁନ୍ଦର ।” କେବଳ ଛାତ୍ର
କାହିଁକି, ସର୍ବସାଧାରଣରେ ଏକ ଲଘୁ ମନ୍ତବ୍ୟ
ଶୁଣାଯାଏ, “ଗଣିତ ଏକ ନିରସ ଶୁଷ୍କ ପାଠ” । ମାତ୍ର
ଏଭଳି ଚିନ୍ତଣୀ ବାସ୍ତବତା ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବେଶିତ
ନୁହେଁ । ଗଣିତ ନିରସ ହୋଇଥିଲେ ଗଣିତ
ପରୀକ୍ଷାରେ, ପିଲା ଶହେରୁ ଶହେ ନମ୍ବର ରଖୁ
ନଥାନ୍ତେ । ଅଥବା ଗଣିତ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ତଥାକଥିତ
ରସାଳ ବିଷୟରେ ପିଲା ଫେଲ୍ ହେଉ ନ ଥାନ୍ତେ ।
ଗଣିତକୁ ଠିକ୍ ପରିବେଷଣ କରାଯାଇ ପାରିଲେ ଏହା
ଫରୁରାନନ୍ଦଙ୍କ ଲେଖା ଭଳି ମନମତାଣିଆ
ହୋଇପାରିବ ।

ବୀଜଗଣିତର କଉତୁକ

ଲେଖକ :

ଶ୍ରୀ କଲ୍ୟାଣ ମହାପାତ୍ର

ପ୍ରକାଶକ :

ନବଯୁଗ ଗ୍ରନ୍ଥାଳୟ

ବଜ୍ରକବାଟି ରୋଡ଼

କଟକ - ୭୫୩୦୦୧

ଅକ୍ଷର ସଜ୍ଜା :

ସୁଚ୍ଚିକ୍

ଶିକ୍ଷିନଗର, କଟକ - ୭୫୩୦୧୨

ମୁଦ୍ରଣ :

ଟେକ୍‌ନୋଆର୍ଟସ୍ ଅଫସେଟ୍

କଲ୍ୟାଣୀ ନଗର, କଟକ - ୭୫୩୦୧୩

ପ୍ରଥମ ଓଡ଼ିଆ ସଂସ୍କରଣ : ୨୦୦୧

ମୂଲ୍ୟ : ୩୦ ଟଙ୍କା ମାତ୍ର

BIJAGANITARA KAUTUKA

Author :

Sri Kalyan Mohapatra

Publisher :

NABAJUGA GRANTHALAYA

Bajrakabati Road,
Cuttack - 753001

First Oriya Edition : 2001

Price : Rs. 30.00 Only

“ଅଙ୍କ କଉତୁକ” ନାମରେ ପ୍ରକାଶିତ
 ସୁଖପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକଟି ଛାତ୍ର ତଥା ଶିକ୍ଷିତ
 ଜନସାଧାରଣଙ୍କ ମନରେ ବହୁ ଆନନ୍ଦ ସୃଷ୍ଟି
 କରିଅଛି । ମାତ୍ର ବୀଜଗଣିତ ଉପରେ ଆଧାରିତ
 ସେପରି କୌଣସି ବହି ଓଡ଼ିଆ ସାହିତ୍ୟରେ ଏଯାବତ୍
 ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇନାହିଁ । ଏହି ଅଭାବଟି ପୂରଣ କରିବା
 ପାଇଁ ଏହି ପୁସ୍ତକରେ ପ୍ରଚେଷ୍ଟା କରାଯାଇଅଛି ।
 ବୀଜଗଣିତ ଜାଣି ନଥିବା ପାଠକମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଏହା
 ସହଜ ବୋଧ୍ୟ ନ ହୋଇ ପାରେ । ମାତ୍ର ବୀଜଗଣିତରେ
 ସାମାନ୍ୟ ପ୍ରବେଶ ଥିବା ପାଠକ ଏହି ପୁସ୍ତକ ପଢ଼ି ବେଶ୍
 ଆନନ୍ଦ ପାଇପାରିବେ ବୋଲି ଆଶା କରାଯାଏ । ଏହାକୁ
 ପଢ଼ିଲାମାତ୍ରେ ପାଠକର ମନରେ ବୀଜଗଣିତ ପ୍ରତି
 ରହିଥିବା ଖାପଛଡ଼ା ଧାରଣା ଏକ ବାସ୍ତବ ରୂପ ନେବ
 ଓ ମନରେ ବହୁତ କୌତୁହଳ ସୃଷ୍ଟି କରିବ । ପୁସ୍ତକଟି
 ପାଠକମାନଙ୍କ ଦ୍ଵାରା ଆଦୃତ ହେଲେ ଶ୍ରମ ସାର୍ଥକ
 ହେଲା ବୋଲି ମନେ କରିବି ।

ପାଟୀଗଣିତ ବା ସାଧାରଣ ଗଣିତରେ ଗଣନ
 ସଂଖ୍ୟା ଓ ହର, ଗୁଣ, ଫେଡ଼, ମିଶା ଆଦି କେତୋଟି
 ଗାଣିତିକ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ଏହାଛଡ଼ା
 ସାହିତ୍ୟଭଳି ଭାଷାର କିଛି ବର୍ଣ୍ଣନା ଥାଏ । ମାତ୍ର
 ବୀଜଗଣିତରେ ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ଗାଣିତିକ ସଙ୍କେତ
 ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ ଯେତେ, କିନ୍ତୁ ଭାଷାର ବ୍ୟବହାର କ୍ରମେ
 ସୀମିତ ହୋଇ ଥାଏ । ଅଧିକରୁ ଅଧିକତର ଗାଣିତିକ
 ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର ଦ୍ଵାରା ବୀଜଗଣିତ ସରଳତର ଓ
 ବୋଧଗମ୍ୟ ହୋଇଥାଏ ।

ଓଡ଼ିଆ ସଂଖ୍ୟା ତୁଳନାରେ ଇଂରାଜୀ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର ଅଧିକ ସୁଗପାଠ୍ୟ ହେବ ବୋଲି ବହୁ ଗଣିତଜ୍ଞ ବହୁମାନଙ୍କର ପରାମର୍ଶ ମିଳିଲା । ତେଣୁ ଏହି ପୁସ୍ତକରେ ଭାଷା ଓ ବର୍ଣ୍ଣନା ଓଡ଼ିଆ ହୋଇଥିଲେ ହେଁ ଇଂରାଜୀ ସଂଖ୍ୟାମାଳା ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଅଛି ।

1, 2, 3, 4 ଆଦି ଗୋଟିଏ ନୋଟିଏ ସଙ୍କେତ । ତେବେ ଗଣନା ଯନ୍ତ୍ରଣା ଛଡ଼ା ପାଠୀ ଗଣିତରେ $+$, $-$, \times , \div ଏବଂ $=$ ଚିହ୍ନ ଯଥାକ୍ରମେ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ, ହରଣ ଓ ସମାନ ଚିହ୍ନର ସଙ୍କେତ ବହନ କରିଥାଏ । ବୀଜଗଣିତରେ ଚିହ୍ନର ବ୍ୟାପକତା ଓ ବ୍ୟବହାରର ବିଷ୍ଟୃତି ବହୁତ କିଛି, ଯଥା :-

$=$ ସମାନ \neq ଅସମାନ

$>$ ବୃହତ୍ତର \nlessgtr ବୃହତ୍ତର ନୁହେଁ

$<$ କ୍ଷୁଦ୍ରତର \nlessgtr କ୍ଷୁଦ୍ରତର ନୁହେଁ

$-$ ବିୟୋଗ \sim ଅନ୍ତର

\approx ସମାନ \approx ପ୍ରାୟ ସମାନ

2^2 ଦୁଇର ବର୍ଗ, 2^3 ଦୁଇର ଘନ, 2^4 ଦୁଇର ଚାରି ଘାତାଙ୍କ $\sqrt{\quad}$ ବା $\sqrt[2]{\quad}$ ବର୍ଗମୂଳ $\sqrt[3]{\quad}$ ଘନମୂଳ

\therefore ଅତଏବ, \because ଯେହେତୁ () ଚନ୍ଦ୍ର ବନ୍ଧନୀ, { } କୁଟୀଳ ବନ୍ଧନୀ, [] ବର୍ଗବନ୍ଧନୀ, \Rightarrow ସମାନ ବା ସ୍ମୃତିତ କରେ ।

ଉତ୍ସର୍ଗ

ଅଗଣିତ କୁନି କୁନି ଗଣିତ ପ୍ରେମୀ
ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ
ଏଇ ପୁସ୍ତକଟି ଉତ୍ସର୍ଗ
କରୁଅଛୁ ।

- ପ୍ରକାଶକ -

ସୂଚୀପତ୍ର

ବିଷୟ

ପୃଷ୍ଠା

ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା

୧. ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା	୧
୨. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା	୧
୩. ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା	୨
୪. ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା	୨
୫. ଶୂନ୍ୟ ଖେଳ	୪

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ରାଶି, ଅଙ୍କ ଓ ସଂଖ୍ୟା

୬. ରାଶି	୬
୭. ଅଙ୍କ	୭
୮. ସଂଖ୍ୟା	୭

ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ଗାଣିତିକ ରାଶିଦ୍ୱାରା ସଂଖ୍ୟାର ବିଭାଜ୍ୟତା ସମ୍ଭାବନା ନିର୍ଣ୍ଣୟ

୯. ଯୋଗ, ବିଯୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ଭାଗ	୯
୧୦. ଏକ ଠାରୁ ଛଅ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା	୧୦
୧୧. ସାତ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା	୧୧
୧୨. ଆଠ ଓ ନଅ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା	୧୩

ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

ସଂଖ୍ୟାର ଅବିଭାଜ୍ୟ ଖେଳ

୧୩. ରାଶିଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା ଓ ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ	୧୬
୧୪. ସାତ ଦ୍ୱାରା ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ	୧୮

ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ

ଗଣିତର ପଞ୍ଚମ ପ୍ରୟୋଗ

ଉପକ୍ରମଣିକା	୨୦
୧. ମହାଜାଗତିକ ସଂଖ୍ୟା	୨୨
୨. ପୃଥିବୀର ବାୟୁମଣ୍ଡଳର ଓଜନ	୨୩
୩. ସୂର୍ଯ୍ୟ ଏକ ବସ୍ତୁ	୨୪
୪. ବିନା ତାପରେ ଦହନ	୨୬
୫. ନୟରୀ ତାଲା	୨୭
୬. ତିନୋଟି ୨ ଦ୍ୱାରା ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ	୨୯
୭. ତିନୋଟି ୩ ଦ୍ୱାରା ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ	୩୦
୮. ତିନୋଟି ୪ ଦ୍ୱାରା ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ	୩୦
୯. ଚାରୋଟି ୧ ଦ୍ୱାରା ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ	୩୧
୧୦. ଚାରୋଟି ୨ ଦ୍ୱାରା ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ	୩୨
୧୧. ପରିବର୍ତ୍ତିତ ପାଣିପାଗ	୩୩
୧୨. ଭାଗ୍ୟଶାଳୀ ସଂଖ୍ୟା	୩୪
୧୩. ଦ୍ୱିବିଭାଜନ (କ)	୩୫
୧୪. ଦ୍ୱିବିଭାଜନ (ଖ)	୩୬

ଷଷ୍ଠ ଅଧ୍ୟାୟ

ବାଜଗଣିତର ଜାଣି

୧୫. ସମୀକରଣ ଗଠନ	୩୭
୧୬. ଗନ୍ତରୁ ସମୀକରଣ	୩୯
୧୭. ଦୁଇଟି ଅଜଣା ସଂଖ୍ୟା	୪୦
୧୮. ତିନୋଟି ଅଜଣା ସଂଖ୍ୟା	୪୧
୧୯. ଚାରିଭାଇ	୪୧
୨୦. ବାଜଗଣିତର ପ୍ରହେଳିକା	୪୩
୨୧. ବାଜଗଣିତର ଛନ୍ଦ	୪୩
୨୨. ତ୍ରିକୋଣମିତିକ କଳ୍ପନା	୪୪
୨୩. ଏକ ବିରାଟ ହରଣ	୪୪
୨୪. ନାଟଦଳ	୪୬
୨୫. ମଧୁର ଜୀବନ	୪୭
୨୬. ବସ ଓ ପଥଚାରୀ	୪୯
୨୭. ତିନୋଟି ସ୍ଥୁର	୫୦
୨୮. ପାଟାଗଣିତ ବନାମ ବାଜଗଣିତ	୫୨
୨୯. ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବର୍ଗର ସମ୍ପର୍କ	୫୪
୩୦. ଚୂତନ ପ୍ରହେଳିକା	୫୫
୩୧. ଆଉ ଏକ ପ୍ରହେଳିକା	୫୬
୩୨. ଆହୁରି ମଜା	୫୬

୩୩. ବିଷମ ସମସ୍ୟା	୫୭
୩୪. ହ୍ୟାଣ୍ଡସେକ୍ ଗଣନା	୫୮
୩୫. ଦ୍ଵିତୀୟ ମୂଲ୍ୟ ଗ୍ରହଣୀୟ	୫୯
୩୬. ପିଆଗୋରାସଙ୍କ ଠାରୁ ଭିନ୍ନ	୬୦
୩୭. ସର୍ବନିମ୍ନ ତାରବାଡ଼ ଖର୍ଚ୍ଚ	୬୧
୩୮. ପାଞ୍ଚ ଭାଇଙ୍କର ସେଓ ବଣ୍ଟା	୬୨
୩୯. ବିନ୍ଦୁ ବିନ୍ଦୁ ଜଳ ମହାସିନ୍ଧୁ	୬୪
୪୦. ଅଭୂତ ପ୍ରଶ୍ନ	୬୫
୪୧. କଟା ସେଓ ବିକ୍ରୀ	୬୬
୪୨. କୁକୁଡ଼ାଙ୍କ ଖାନ୍ଦ୍ୟ	୬୮

ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

୧. ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା

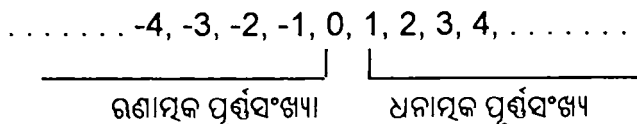
ପାଟାଗଣିତ ବା ସାଧାରଣ ଗଣିତରେ କେବଳ ଗଣନସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ଯଥା:- 1, 2, 3, 4 ଇତ୍ୟାଦି । ହର, ଗୁଣ, ଫେଡ଼, ମିଶା ଏହି ଚାରିସୂତ୍ର ନେଇ ଅଳ୍ପ କଷ୍ଟ ଯାଇଥାଏ । ମାତ୍ର ଏହି ଗଣିତ ଯେତେବେଳେ ଜଟିଳ ହୋଇଯାଏ, ସେତେବେଳେ ଏହାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଆମେ ବାଜଗଣିତର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇଥାଉ । ତେଣୁ ବାଜଗଣିତକୁ ଜଟିଳ ଗଣିତ ସମାଧାନର ଏକ ଉପକରଣ ବୋଲି କୁହାଯାଇଥାଏ ।

୨. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମାନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ଏହାଛଡ଼ା ବାଜଗଣିତରେ ଆମେ ଆଉ ଏକ ପ୍ରକାର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦେଖୁଥାଉ, ଯଥା :- -1, -2, -3, -4, ଇତ୍ୟାଦି ଏଗୁଡ଼ିକ ଗଣନସଂଖ୍ୟା ଭଳି କିଛିଟା ପ୍ରତୀକ୍ଷମାନ ହେଉଥିଲେ ହେଁ କାର୍ଯ୍ୟତଃ ଗଣନସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । କାରଣ ଏଗୁଡ଼ିକ ରଣାମୂଳ । ସଂକ୍ଷେପରେ କହିଲେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତିନିପ୍ରକାର, ଯଥା :- ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା



(ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା), ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ଗଣାତ୍ମକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଚିତ୍ରରୁ ଏହା ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ।



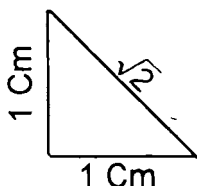
ଏହି ଚିତ୍ର ଦେଖି ପାଠକଙ୍କ ମନରେ ପ୍ରଶ୍ନ ଉଠି ମାରିବଣି । ମଝିରେ ଥିବା ‘0’ଟି କଅଣ । ତାହା ହେଉଛି ଶୂନ୍ୟ । ଏହା ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । ତେବେ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇ ନଥିଲେ ବି ଏହା 1, 2, 3, 4 ଭଳି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା । 10, 100, 1000 ଆଦି ଲେଖିବା, ଏହା ଦ୍ଵାରା ଗୁଣନ, ହରଣ ଆଦି କରିବା; ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶୂନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଆମକୁ ବିଶେଷ ସହାୟତା କରିଥାଏ ।

୩. ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିଲାବେଳେ $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{11}{3}$ ଭଳି ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନାଂଶ ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆମେ ଆସୁ । ଏଗୁଡ଼ିକୁ କୁହାଯାଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା । ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନହେଲେ ବି ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ଥାଏ ।

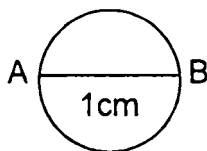
୪. ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

ଆମେ ଏକ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସୁ । ତାହା ହେଉଛି $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{12}$, π ଇତ୍ୟାଦି । ଏହି ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଞ୍ଚଟି ମାତ୍ରର ଉଦାହରଣ ଦେଲି, ସେଥିମଧ୍ୟରୁ $\sqrt{4}$ ହେଉଛି ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା 2 । ତେଣୁ ଏହାକୁ ବାଦ୍ ଦେବା । ଅନ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟର କଅଣ ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି କୁଝିବା ।



ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନବାହୁ 1 ସେଣ୍ଟିମିଟର ହେଲେ, ତାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= \sqrt{2}$ ସେଣ୍ଟିମିଟର। ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\sqrt{2}$ ର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ଆମେ ପାଇପାରିବା। ମାତ୍ର ର ଦଶମିକ ମୂଲ୍ୟ ହିସାବ କଲେ ତାହା ହେବ :

$$\sqrt{2} = 1.414 \dots\dots$$



ସେଇଭଳି ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ $AB = 1$ ସେଣ୍ଟିମିଟର ହେଲେ, ଏହାର ପରିଧିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ π ସେଣ୍ଟିମିଟର। ଏହାର ଦଶମିକ ମୂଲ୍ୟ ବି $\sqrt{2}$ ଭଳି ଅଛିଣ୍ଡା। $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π ଭଳି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କହିଥାଉ। ତାହାହେଲେ, ଆମେମାନେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନ ପାଇଲୁ।

୧. ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା :- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 ...
 ଇତ୍ୟାଦି । ଏହି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବକନିଷ୍ଠ ସଂଖ୍ୟା 1 ଅଟେ ।

୨. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା :- ଗଣନସଂଖ୍ୟା ଓ -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, -11... ଇତ୍ୟାଦି ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି -1 ଅଟେ ।

୩. ଶୂନ୍ୟ :- 0

୪. ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା - $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, π ଇତ୍ୟାଦି ।

ଅବାସ୍ତବ, କାଳ୍ପନିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ବିଷୟରେ ଏଠାରେ ଅବତାରଣା କରାଯାଉନାହିଁ ।

$$1 + 1 = 2$$

$$\text{ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ } 2 + 1 = 3, 3 + 1 = 4 \dots\dots$$

ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାରେ 1 ଯୋଗକଲେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ, ସେଇଭଳି 1 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାରୁ 1 ବିଯୋଗ କଲେ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ, ଯଥା :- $10 - 1 = 9$, $8 - 1 = 7$, $2 - 1 = 1$

୫. ଶୂନ୍ୟର ଖେଳ

$$\text{ଯୋଗ : } 2 + 0 = 2, 11 + 0 = 11, 99 + 0 = 99$$

$$\text{ବିଯୋଗ : } 2 - 0 = 2, 15 - 0 = 15, 100 - 0 = 100$$

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରେ ଶୂନ୍ୟ ଯୋଗକଲେ ବା ସଂଖ୍ୟାରୁ ଶୂନ୍ୟ ବିଯୋଗ କଲେ ସଂଖ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉନାହିଁ । ତେବେ ଶୂନ୍ୟ ଅଛି କାହିଁକି ? ଆସ, ଆଗକୁ ମାଡ଼ି ଚାଲିବା ।

$$\text{ଗୁଣନ : } 3 \times 0 = 0, 21 \times 0 = 0, 175 \times 0 = 0$$

ଶୂନ୍ୟର କିଛି ମୂଲ୍ୟ ନାହିଁ, ଏହା ଶୂନ୍ୟ । ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଶୂନ୍ୟ ଦ୍ଵାରା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ ବି ଶୂନ୍ୟ ।

$$\text{ହରଣ : } 1 \div 0 = \infty, 25 \div 0 = \infty, 4321 \div 0 = \infty$$

∞ ଏହା ଏକ ଅସୀମ ବା ବିରାଟ ରାଶିର ସଙ୍କେତ । ଏହା କେତେ ବଡ଼ ଯେ ମିଶା ଓ ଫେଡ଼ାଣରେ ଶୂନ୍ୟ ନିଷ୍ପିନ୍ନ ଥିଲାବେଳେ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣରେ ବେଶ୍ ସକ୍ରିୟ ଅଛି । ଶୂନ୍ୟରେ ଗୁଣିଲେ ରସାତଳ ଓ ଶୂନ୍ୟ ଦ୍ଵାରା ହରିଲେ ଅସୀମ ମହାକାଶ ଦୂରତ୍ଵ ଭଳି ମନେହୁଏ ।

ଦଶମିକ ଗୁଣନ, ହରଣ ତଥା ଘାତାଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବାଜଗଣିତରେ ଶୂନ୍ୟର ଭୂମିକା ଅତୁଳନୀୟ ଓ ମନୋରମ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟାୟ ଗୁଡ଼ିକରେ ଶୂନ୍ୟର କଉତୁକ କିଭଳି ଅତି ମଜାଳିଆ ହେବ, ଆମେ ଦେଖିବା ।



ଦ୍ଵିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ରାଶି, ଅଙ୍କ ଓ ସଂଖ୍ୟା

ଯଦି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଆମେ ଗଣିବା ଏକ, ଦଶ, ଶହ, ହଜାର, ଲକ୍ଷ, କୋଟି, ପରାର୍ଦ୍ଧ, ଏଭଳି ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟକ ସଂଖ୍ୟାର ମହାସାଗରରେ ଆମେ ଡୁବିଯିବା । ପୁନଶ୍ଚ ରଣାମୁକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $-1, -2, -3, \dots$ ସେ ଦୁନିଆ ବି ଅସରନ୍ତି । ତା' ସାଇକୁ ଅଛି ଭଗ୍ନାଂଶ ବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବର୍ଗମୂଳ, π ଆଦି ଅଛି ଶ୍ଵା ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶ ସଂଖ୍ୟା । ଆବୃତ ଦଶମିକ, ରଣାମୁକ ବର୍ଗମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ଆଜି ଏଠାରେ ସୂଚିତ ହୋଇ ନାହିଁ ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟାମାଳା ମଧ୍ୟରେ ରାଶି ଓ ଅଙ୍କ କଅଣ ?

୧. ରାଶି

$\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ରାଶି କୁହାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ 1 ଠାରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ରାଶି । ଏହି ନଅଟିକୁ ସଂଖ୍ୟା କହିଲେ ଠିକ୍ ହେବ ଏବଂ ରାଶି କହିଲେ ବି ଠିକ୍ ହେବ । ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ରାଶି ନୁହେଁ ।

୭. ଅଙ୍କ

ଉପରୋକ୍ତ ବାକ୍ୟଗୁଡ଼ିକର କେଉଁଠି ଗୋଟାଏ ଅଙ୍କ ବୋଲି ଲେଖି ଦେଇଛି । ଏହି ଅଙ୍କମାନେ ଗଣିତ ନୁହେଁ । ଏହାର ଅର୍ଥ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଚିତ୍ରରୁ ଜଣାପଡ଼େ ।

354 ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ଏଥିରୁ ଯଦି ପଚରାଯାଏ 3ର ମୂଲ୍ୟ କଅଣ ତୁମେ କହିବ ତିନିଶହ; ସେଇଭଳି 5ର ମୂଲ୍ୟ ପଚାଶ ଏବଂ 4ର ମୂଲ୍ୟ ଚୁକ୍କା ଚାରି ।

ଶତକ ଅଙ୍କ	ଦଶକ ଅଙ୍କ	ଏକକ ଅଙ୍କ
3	5	4

ସେଇଭଳି 72146 ସଂଖ୍ୟାର ପାଞ୍ଚଟି ଯାକ ଅଙ୍କ, ଯଥା - 7, 2, 1, 4, 6 ର ମୂଲ୍ୟ ବୁଝିବା ।

ଅନୁତ ଅଙ୍କ	ସହସ୍ର ଅଙ୍କ	ଶତକ ଅଙ୍କ	ଦଶକ ଅଙ୍କ	ଏକକ ଅଙ୍କ
7	2	1	4	6

୮. ସଂଖ୍ୟା

ତାହାହେଲେ 10, 17, 14 ଆଦି ହେଉଛି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା; 354, 536, 777 ଆଦି ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା; 1000, 1234, 9999 ଆଦି ଚାରି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା; 72146 ପାଞ୍ଚଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯେତିକି ରାଶି ଥାଏ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ । 72146 ରେ 7 ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ, 2 ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ, 1 ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ଇତ୍ୟାଦି । ଯଦି ଆମେ ଖାଲି 9 ଲେଖି ପଚାରିବା

ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ଗାଣିତିକ ରାଶିଦ୍ୱାରା ସଂଖ୍ୟାର ବିଭାଜ୍ୟତାର
ସମ୍ଭାବନା ନିର୍ଣ୍ଣୟ

୯. ଯୋଗ, ବିଯୋଗ, ଗୁଣନ, ଭାଗ :

ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ କୁହାଯାଇଛି ଯେ 1 ଠାରୁ 9 ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବି
ରାଶି କୁହାଯାଏ । ମିଶାଣ, ଫେଡ଼ାଣ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣରେ ଏକାଧିକ ସଂଖ୍ୟାର
ବ୍ୟବହାର ବେଳେ ଏହି ନବରାଶିର ସାହାଯ୍ୟ ନେବାକୁ ପଡ଼େ । ସଂଖ୍ୟା ବଡ଼
ହୋଇଥିଲେ ରାଶିର ସାହାଯ୍ୟ ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ ହୋଇପଡ଼େ, ଯଥା :-

ମିଶାଣ :	347	9 ଓ 7, 16 ରୁ 6 ରଖି ନେଲା 1
	(+)259	ରାଶିର ପ୍ରୟୋଗ ଦେଖ ।
ଫେଡ଼ାଣ :	347	7 ରୁ 9 ଯାଇ ପାରିବନି । ଆଣିଲା 1 ଦଶ ।
	(-)259	ଏକଦଶ ସାତ 17 ରୁ 9 ଗଲା, ପଡ଼ିଲା ଆଠ ।
ଗୁଣନ :	347	9 ସତା 63 ରୁ 3 ରଖି ନେଲା ଛଅ ।
	x 259	ଏଠାରେ ବି ରାଶିର ପ୍ରୟୋଗ ଦେଖ ।

ହରଣ : ହରଣଟି କଲାବେଳେ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଦେଖିନେବା ଯେ ବଡ଼ଟି ଭାଜ୍ୟ
 ଓ ଏହା ଭାଜକ ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନୁହେଁ । ଭାଗଫଳ ଯଦି ଗଣନ
 ସଂଖ୍ୟା ହେଲା ତେବେ ଭାଜ୍ୟଟି ବିଭାଜ୍ୟ । ଯଥା :- 347 ଗୋଟିଏ
 ସଂଖ୍ୟା ଯେକି 3 ଦ୍ଵାରା, 5 ଦ୍ଵାରା କି 7 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନୁହେଁ
 ଏହା ହଠାତ୍ ଆମେ କହି ପାରୁନା ହିଁ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସୂତ୍ରମାନ ଆମକୁ
 ଏଥିରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ।

୧୦. ଏକଠାରୁ ଛଅ ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟତା

ଏକ ବିଭାଜ୍ୟତା : ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 1 ରାଶି ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ଯଥା :-
 22, 33, 55, 77 ।

ଦୁଇ ବିଭାଜ୍ୟତା : ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘର ଅଙ୍କ 2, 4, 6, 8
 ବା 0 ହୋଇଥାଏ, ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 2 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ,
 ଯଥା :- 122, 3754, 2316, 13578 ଏବଂ
 10000 ।

ତିନି ବିଭାଜ୍ୟତା : ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ରାଶିମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ଯେଉଁ
 ସଂଖ୍ୟା ସୂଚିତ କରେ, ତାହା 3 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ
 ହେଲେ, ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାଟି 3 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।
 ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି 73542 ରାଶିମାନଙ୍କର
 ଯୋଗଫଳ $7+3+5+4+2 = 21$ ଅଟେ । 21
 ସଂଖ୍ୟାଟି 3 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଥିବାରୁ 73542
 ମଧ୍ୟ 3 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ ।

ଚାରି ବିଭାଜ୍ୟତା : ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ଶୂନ୍ୟ ହୋଇଥାଏ
 ବା ଶେଷ ଦୁଇଅଙ୍କ ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା 4 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ
 ଅଟେ ।

ଯଥା :- 300, 2000, 284, 1772, 1916
 ଇତ୍ୟାଦି । ଏଠାରେ 84, 72, 16 ଆଦି 4 ଦ୍ଵାରା
 ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ ଓ ତେଣୁ 284, 1772, 1916
 ବି 4 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ । ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷ
 ଦୁଇଅଙ୍କ 00 ହୋଇଥିବାରୁ 300 ଓ 2000 ମଧ୍ୟ
 ଚାରି ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ପାଞ୍ଚ ବିଭାଜ୍ୟତା : ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେ ଏକକ ଘରେ 0 ବା 5 ଥିଲେ
 ସଂଖ୍ୟାଟି 5 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ । ଯଥା :- 25,
 70, 135 ଇତ୍ୟାଦି ।

ଛଅ ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟତା : ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଯଦି 2 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏବଂ 3
 ଦ୍ଵାରା ମଧ୍ୟ ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଟି ନିଶ୍ଚୟ
 6 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

୧୧. ସାତ ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟତା : 7 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ପ୍ରଣାଳୀ ଟିକିଏ ଜଟିଳ ।
 ମାତ୍ର ତାହା ଜାଣିବାରେ ଅପାର ଆନନ୍ଦ ମିଳିଥାଏ ।
 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟାୟରେ 7 ଦ୍ଵାରା ଅବିଭାଜ୍ୟତା
 କଉତୁକ ଦେଖିବା । ଏବେ ବିଭାଜ୍ୟତା । ସାତ ଦ୍ଵାରା
 ବିଭାଜ୍ୟତା ଜାଣିବାର ପ୍ରଣାଳୀ ଦୁଇପ୍ରକାର । ତାହା
 ଏଇଭଳି ।

(କ) ପ୍ରଥମ ସୂତ୍ର : 9818555341 ଏକ ଦଶଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।
 ଏହାକୁ ହଠାତ୍ ଦେଖିଲେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଟି 7 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନୁହେଁ
 ଜାଣିବା କଷ୍ଟକର । ଏହି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ନେଇ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ଵରୁ
 ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ଅଙ୍କ ନେଇ ଗୁଞ୍ଚ କର । ଏହି ଗୁଞ୍ଚ ଗୁଡ଼ିକ ତାହାଣରୁ
 ଗଣିଲେ ଅୟୁଗ୍ଧ ବା ଯୁଗ୍ଧ, ଏଇଭଳି ଦୁଇପ୍ରକାର ଗୁଞ୍ଚ ମିଳିବ ।

9	818	555	341
ଯୁଗ୍ମ	ଅଯୁଗ୍ମ	ଯୁଗ୍ମ	ଅଯୁଗ୍ମ

ଅଯୁଗ୍ମ ଗୁପରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ :

$$818 + 341 = 1159$$

ଯୁଗ୍ମ ଗୁପରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ :

$$9 + 555 = 564$$

ଏହି ଦୁଇଟି ନୂତନ ସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ତରଫଳ = $1159 - 564 = 595$

ଯଦି ଏହି ନୂତନ ସଂଖ୍ୟା 595 ଟି 7 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଥାଏ, ତେବେ ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାଟି 9818555341 ମଧ୍ୟ 7 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ । ଅନ୍ୟଥା ନୁହେଁ । ହରଣ କରି ଜଣାଯାଏ ଯେ 595 ସଂଖ୍ୟା 7 ଦ୍ଵାରା ଛିଡ଼ି ଯାଉଛି । ତେବେ 9818555341 କୁ 7 ଦ୍ଵାରା ଭାଗ କରି ଦେଖନା କଅଣ ହେଉଛି ।

(ଖ) ଦ୍ଵିତୀୟ ସୂତ୍ର : ଏହି ସୂତ୍ରଟି ପରୀକ୍ଷା କରିବା ପାଇଁ ସେହି ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟାଟି ନେବା । ତାହାଣରୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ବାମକୁ ଗତିକର ।

ସହସ୍ର	ଶତକ	ଦଶକ	ଏକକ	ଲକ୍ଷ	ଅୟୁତ	ସହସ୍ର	ଶତକ	ଦଶକ	ଏକକ
9	8	1	8	5	5	5	3	4	1

ସଂଖ୍ୟା 9818555341 କୁ ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରେ ସଜାଇ ରଖ । ସୂତ୍ରଟି ହେଲା :

(ଏକକ ଘର $\times 3$ + ଦଶକ ଘର $\times 2$ - ଶତକ ଘର $\times 1$ - ସହସ୍ରଘର $\times 3$ - ଅୟୁତ ଘର $\times 2$ + ଲକ୍ଷ ଘର $\times 1$); ଏହି ସଂଖ୍ୟାଟି 7 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲେ ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାଟି 7 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ମାତ୍ର ଆମ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି

ତ ଦଶଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଅଟେ । ତେଣୁ ଉପରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ସାରଣୀରେ ଲକ୍ଷ ଘର ପରେ କ୍ରମେ ବାମକୁ ପୁଣି ଏକକ, ଦଶକ, ଶତକ ଓ ସହସ୍ର ହିସାବରେ ମନେ କରିବା । ଏବେ ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ ବଡ଼ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ସଙ୍କୁଚିତ କଲେ ହେବ :

$$(1 \times 3 + 4 \times 2 - 3 \times 1 - 5 \times 3 - 5 \times 2 + 5 \times 1) + (8 \times 3 + 1 \times 2 - 8 \times 1 - 9 \times 3)$$

$$\Rightarrow (3+8-3-15-10+15) + (24+2-8-27)$$

$$\Rightarrow -12 + (-9)$$

$$\Rightarrow -21$$

ଯେହେତୁ -21 ସଂଖ୍ୟାଟି 7 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେଣୁ 9818555341 ସଂଖ୍ୟାଟି ମଧ୍ୟ 7 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ ।

୧୨. ଆଠ ଓ ନଅଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟତା

ଆଠ ବିଭାଜ୍ୟତା : କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷ ତିନୋଟି ଯାକ ଅଙ୍କ (ଶତକ, ଦଶକ ଓ ଏକକ ଘର) ଗୁନ ହୋଇଥିଲେ ତାହା 8 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଅଥବା ଏହି ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟାଟି 8 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଥିଲେ, ସମଗ୍ର ସଂଖ୍ୟାଟି 8 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ ଯଥା :- 3000, 50000, 1280, 4088, 71496 ଇତ୍ୟାଦି ।

ନଅ ବିଭାଜ୍ୟତା : ତିନି ବିଭାଜ୍ୟତାର ସୂତ୍ର ନଅ ପାଇଁ ବିପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ରାଶିର ସମଷ୍ଟି 9 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଉଥିଲେ ସମଗ୍ର ସଂଖ୍ୟାଟି 9 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ । ଯଥା :- 753201 ସଂଖ୍ୟାଟିର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି-18 ଅଟେ । ଏହା 9 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେତୁ, ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାଟି ମଧ୍ୟ 9 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

1 ଠାରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିଭାଜ୍ୟ ତ ଆମେ ଜାଣିଲେ । 1
ର ପୂର୍ବରୁ ଅଛି ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ 9 ପରେ ଅଛି 10 ସଂଖ୍ୟା ।
ଶୂନ୍ୟ ଓ ଦଶ ଏ ଦୁଇଟି ରାଶି ନ ହେଲେ ହେଁ ଭାଜକ
ହିସାବରେ ଏମାନଙ୍କର ଭୂମିକା ବହୁତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ
ବର୍ଣ୍ଣାହୀନ ମଧ୍ୟ । ତାହା କିଛିତ ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ
ଆଲୋଚନା କରିଛେ ଓ ପରେ ଅଧିକ ଜାଣିବା ।



ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

ସଂଖ୍ୟାର ଅବିଭାଜ୍ୟ ଖେଳ

ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ବହୁତ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ବିଭିନ୍ନ ରାଶି ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୋଇପାରେ କି ନାହିଁ ତାହାର ଉପାୟ, ଆମେ ଜାଣିଲେ । ମାତ୍ର ବିଭାଜ୍ୟ ନ ହୋଇ ପାରିଲେ କ'ଣ ହେବ ଜାଣିଛ କି ? ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲେ ସାଧାରଣତଃ ଭାଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ବା ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ । ମାତ୍ର ବିଭାଜ୍ୟ ନ ହୋଇ ପାରିଲେ ଭାଗଫଳ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ବା ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନାଂଶଟିଏ ହେବ, ଯଥା :-

$$3 \div 7 = \frac{3}{7} ,$$

$$23 \div = 3\frac{2}{7} ,$$

$$34 \div 5 = 6\frac{4}{5}$$

ଏହି ଭଗ୍ନାଂଶରେ ଏକ ଅସୁବିଧା ଅଛି । ମନେକର ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା

$$3\frac{111}{237} \text{ ଏବଂ } 373\frac{61}{947}; \text{ ଏହି ଦୁଇଟିକୁ ନେଇ ଯୋଗ,}$$

ବିଯୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ କରିବାରେ ଭାରୀ ଅସୁବିଧା । ତେଣୁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନାଂଶ ପରିବର୍ତ୍ତେ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଭାରୀ ସୁବିଧା ।

୧୩. ରଶିଦ୍ଦାରା ଭାଗକ୍ରିୟା ଓ ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

ଭାଗକ୍ରିୟାରେ, ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ନେଇ ଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଡିଭିଡ଼ିକାର ଉତ୍ତର ଦେଇପାରେ । ଭାଗଫଳଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ, ହୁଏତ ଏକ ଛିଣ୍ଡା ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ ବା ଅଛିଣ୍ଡା ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ । ତାହା ଆମେ ଏବେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିବା । ଭାଜ୍ୟ ରୂପେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ନେଲେ 1 କୁ ଭାଜ୍ୟ ନିଆଯାଉ ଏବଂ ଏହି 1 କୁ ବିଭିନ୍ନ ରାଶି ଦ୍ଵାରା ଭାଗ କରି ଭାଗଫଳ କେତେ ହେଉଛି ଦେଖିବା ।

$$1 \div 1 = 1$$

$$1 \div 2 = 0.5$$

$$1 \div 3 = 0.333\ldots = 0.\dot{3}$$

$$1 \div 4 = 0.25$$

$$1 \div 5 = 0.2$$

$$1 \div 6 = 0.1666\ldots = 0.1\dot{6}$$

$$1 \div 8 = 0.125$$

$$1 \div 9 = 0.111\ldots = 0.\dot{1}$$

ଭୁଲବଶତଃ 1 କୁ 7 ଦ୍ଵାରା ଭାଗ କରିବା ଭୁଲିଯାଇଛି ନା କଅଣ । ଆହା, ତାହାକୁ ପରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଏବେ 1 କୁ ଉପରୋକ୍ତ ଆଠଟି

ରାଶିଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଫଳାଫଳ କିଭଳି ହେଉଛି, ତାହାର ଏକ ଅନୁଶୀଳନ କରିବା ।

1 କାହିଁକି, ଯେ କୌଣସି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଫଳ ସେହି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହିଁ ରହିବ ।

1 କୁ 2, 4, 5, 8 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ ଛିଡ଼ିଯାଉଛି । କାରଣ ଦଶମିକ ହେଉଛି '10' ର ଖେଳ । 10 ରେ ଦୁଇଟି ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି $\Rightarrow 10 = 2 \times 5$ ଅଟେ । ତେଣୁ କେବଳ 2 ବା 5 ଗୁଣନୀୟକ ଦେଉଥିବା ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା, ଯଥା :- 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 32, 40, 50, 64 ଆଦି ଦ୍ୱାରା କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭାଗ କଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି ଛିଡ଼ିଯାଉଥିବ । ମାତ୍ର ଭାଜକର ଗୁଣନୀୟକରେ 2 ଓ 5 ଭିନ୍ନ ଯଦି ଅନ୍ୟ କୌଣସି ରାଶି, ଯଥା :- 3, 6, 7, 9 ରହେ ତେବେ ଭାଗଫଳଟି ଅଛିଣ୍ଡା ରହିବ ।

1 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ 0.333..... ବା 0.3̄ ରହେ ।

2 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ 0.666..... ବା 0.6̄ ରହେ ।

1 କୁ 9 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ 0.111..... ବା 0.1̄ ରହେ ।

2 କୁ 9 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ 0.222..... ବା 0.2̄ ରହେ ।

ପିଲାମାନେ 1, 2 ପରିବର୍ତ୍ତେ ଭାଜ୍ୟରୂପେ ଅନ୍ୟସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରିପାରିବେ । ଏବେ ମନରେ ଉଠିମାରୁଥିବ ଯେ 1 କୁ 6 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା, 2 କୁ 6 ଦ୍ୱାରା କାହିଁକି ଭାଗ କରିବାନି । $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; ତେଣୁ ଅଲଗା ଭାଗ କରିବା ଅନାବଶ୍ୟକ ।

୧୪. ସାତଦ୍ୱାରା ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ କଣ ହୁଏ, ଏବେ ଆମେ ତାହା ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିବା ।

$$1 \div 7 = 0.142857142857142857.....$$

$$\Rightarrow 0.\dot{1}4285\dot{7}$$

$$2 \div 7 = 0.285714285714285714.....$$

$$\Rightarrow 0.\dot{2}8571\dot{4}$$

$$3 \div 7 = 0.428571428571428571.....$$

$$\Rightarrow 0.\dot{4}2857\dot{1}$$

$$4 \div 7 = 0.571428571428571428.....$$

$$\Rightarrow 0.\dot{5}7142\dot{8}$$

$$5 \div 7 = 0.714285714285714285.....$$

$$\Rightarrow 0.\dot{7}1428\dot{5}$$

$$6 \div 7 = 0.857142857142857142.....$$

$$\Rightarrow 0.\dot{8}5714\dot{2}$$

$$7 \div 7 = 1$$

$$8 \div 7 = 1\dot{1}4285\dot{7}$$

$$9 \div 7 = 1\dot{2}8571\dot{4}$$

ନିଶ୍ଚିତ୍ୱରୁ ଏହି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀକୁ ପୌନଃ ପୌନିକ ଭଗ୍ନାଂଶ କୁହାଯାଏ ।

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ପୁନଃ ପୁନଃ ଉଭା ହେଉଥିବା ମାତ୍ର ଛଅଟି ରାଶି ଦୃଷ୍ଟିକୁ ଆସେ । କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଆସୁନାହିଁ, ତାହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କର 1, 3, 6, 9 ଆସନ୍ତି ଦୃଷ୍ଟିକୁ ଆସୁନାହିଁ । କେବଳ 2 ଓ 5 ଗୁଣନୀୟକ ବହନ

କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନକୁ ଛାଡ଼ିଦେଲେ ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଭାଜକ ହେଲେ ଭାଗଫଳ ଛିଡ଼ି ନଯାଇ ପୌନଃପୌନିକ ହେବ । ଆମେ ଦେଖିଲେ । ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟାନେଇ, ତାହାକୁ 11, 13, 17, 19 ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ଵାରା ଭାଗ କରି ଦେଖିଲେ ବେଶ୍ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଖେଳ ଜମିଯିବ । ସଂଖ୍ୟାର ଏହି ଅବିଭାଜ୍ୟ ଖେଳ ତ ଅସରନ୍ତି । ଏବେ ଆମେ ଏଇଠି ରହିବା ।



.

ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ

ଗଣିତର ପଞ୍ଚମ ପ୍ରୟୋଗ

ଉପକ୍ରମଣିକା

ପାଟୀଗଣିତରୁ ବୀଜଗଣିତର ପାହାଚକୁ ଆମେ ଏଯାଏ ଚଢ଼ି ଚାଲିଥିଲେ । ପାହାଚ ଚଢ଼ିବାରେ ଦୋରସ୍ତ ହୋଇନଥିଲେ ବୀଜଗଣିତରେ ପହଞ୍ଚିପାରି ନଥାନ୍ତେ । କେତେକ ବୀଜଗଣିତକୁ ପାଟୀଗଣିତର ସାତଟି ସମ୍ପାଦନ ବୋଲି କହନ୍ତି । ବାସ୍ତବରେ ଆମେ ଚାରିଟି ସମ୍ପାଦନ କରିଛୁ । ସାଧାରଣ ସଂଖ୍ୟାର ହର-ଗୁଣ-ଫେଡ଼-ମିଶା ତ ପାଟୀଗଣିତ । ସଂଖ୍ୟାର ଘାତାଙ୍କ ବା ସୂଚକାଙ୍କ ବିଷୟରେ ଆମେ ଚିନ୍ତା କରିଛେ କି ?

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଆମେ ତ ଏଇଭଳି ଅନେକ ଘାତାଙ୍କ ଜନିତ ଗଣିତ ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସିଥାଉ, ଯଥା:- କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ଘନଫଳ, ମାଧ୍ୟକର୍ଷଣ-ଶକ୍ତି, ପରିବେଶ, ଦୂରଣ, ବଳ, କ୍ଷମତା, ତୁଳ୍ୟକୀୟ ବଳ; ଆଲୋକ ଓ ଶବ୍ଦର ଗତି; ପୃଥିବୀ, ଚନ୍ଦ୍ର ଆଦି ମହାଜାଗତିକ ବସ୍ତୁର ଆବର୍ତ୍ତନ ଓ ପରିକ୍ରମଣ;

ସେମାନଙ୍କ ପାରସ୍ପରିକ ଦୂରତାର କ୍ରମ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଆଦି ସ୍ମରଣ କରିବାକୁ ହେବ । ଇଞ୍ଜିନିୟରିଙ୍ଗ୍ ଓ ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟାରେ ଇତିଳ ବାଜଗଣିତର ସଂଖ୍ୟାରେ ଘାତାଙ୍କର ଘାତାଙ୍କ ହିସାବ କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ । ବାଜଗଣିତ ବିନା ଏଗୁଡ଼ିକ କଷ୍ଟିବା ବା କଳନା କରିବା ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ । ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ୟ ଉଦାହରଣ ଦେବା ।

ଗୋଟିଏ ଉତ୍ତପ୍ତ ବସ୍ତୁର ତାପମାତ୍ରା 2000 ଡିଗ୍ରୀ ରୁ 4000 ଡିଗ୍ରୀକୁ ବଢ଼ିଗଲା । ଆମେ କହିବା ତାପମାତ୍ରା ଦୁଇଗୁଣ ବଢ଼ିଗଲା । ମାତ୍ର ଯଦି କୁହାଯାଏ ତାପମାତ୍ରା 4000 ଗୁଣ ବଢ଼ିଗଲା; 2000 ଡିଗ୍ରୀର 4000 ଗୁଣ ? ତେବେ ଏହା ତ ବହୁତ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ । ତେଣୁ 4000 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଘାତାଙ୍କ କରିଆରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା, ଯଥା :- $4000 \approx 2^{12}$

ଅର୍ଥାତ୍ 2 କୁ 2 ଦ୍ଵାରା 12 ଥର ବା 12 ଟି 2 ଫରସ୍ତରକୁ ଗୁଣିଲେ ତାହା 4000 ହେବ (ବାସ୍ତବରେ ଏହା 4096) ।

$$\text{ସେଇଭଳି } 2^{10} \approx 10^3$$

ବଡ଼ ଅକ୍ଷରରେ ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ତାହାଣରେ ଟିକିଏ ଉପରକୁ ଛୋଟ ଅକ୍ଷରରେ ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଘାତାଙ୍କ ବା Power କୁହାଯାଏ ।

ଏଠାରେ ଗୋଟିଏ କଥା ପୁନଃ ସ୍ମରଣ କରିବାକୁ ହେବ । ଚିତ୍ରଟି ଦେଖ ।

..... -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}$
 ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ବା ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା

ଶୂନଟିର କିଛି ମୂଲ୍ୟ ନାହିଁ ଭାବି ଆମେ ଏଯାଏ ତାକୁ ଅବହେଳା କରି

ଆସିଥିଲେ । 1, 10, 100, 1000 ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ମନେ ପଡ଼ୁଛି ତ ? 1 ର ତାହାଣରେ 5 ଟି ଶୂନ୍ୟ ଦେଲେ ଏକ ଲକ୍ଷ, 7 ଟି ଶୂନ୍ୟ ଦେଲେ ଏକ କୋଟି, 10 ଟି ଶୂନ୍ୟ ଦେଲେ ଏକ ହଜାର କୋଟି । ଭାରତ ସରକାରଙ୍କର ଆଣିଥିବା ରଣ, ସମୂଳ ସୁଧ, ବଜେଟ ଆଦି ଚିଠି ପରଦାରେ ପଢ଼ିଲାବେଳେ ‘ଦଶ ହଜାର ଲକ୍ଷ କୋଟି’ ପଢ଼ି ଆଖି ଜଳିଯାଏ । ଇଏ ଗୋଟିଏ କେତେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ମ ? ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ଧନ୍ୟାକୁ ଆଉ ଟିକିଏ ଭଲ କରି ଚିହ୍ନିବା ।

୧. ମହାକାଶତିକ ସଂଖ୍ୟା

ମହାକାଶରେ ବିଭିନ୍ନ ଜ୍ୟୋତିଷ ତଥା ନକ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟରେ ପାରସ୍ପରିକ ଦୂରତା, ଗତି, ସ୍ଥିତି, ଆଲୋକର ପରିବେଗ ଆଦି ପ୍ରକାଶ କଲାବେଳେ ଆମେ ବିରାଟ ବିରାଟ ସଂଖ୍ୟା ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସୁ, ଯଥା :- ଯଦି ଆମ ପୃଥିବୀଠାରୁ କୌଣସି ଏକ ତାରକାର ଦୂରତାକୁ ମିଲିମିଟରରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ତେବେ ତାହା 95 000 000 000 000 000 000 000 କିଲୋମିଟର ଅଟେ । ଯଦି ଏହି ଦୂରତାକୁ ମିଲିମିଟରରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ତେବେ ତାହା 95 000 000 000 000 000 000 000 000 000 ମିଲିମିଟର ହେବ । ସେଇଭଳି ସୂର୍ଯ୍ୟର ଓଜନ, ପୃଥିବୀର ଓଜନ ଆଦି ଗ୍ରାମ ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ପ୍ରକାଶ ସଂଖ୍ୟାମାନ ହେବ । ସୂର୍ଯ୍ୟର ଓଜନ ହେଉଛି 1983 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 ଗ୍ରାମ ଓଜନ । ଏଇ ଭଳି ବିରାଟକାୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲେଖିବା, ପଢ଼ିବା ବା ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା କେତେ ଦୂରୁହ ବ୍ୟପାର ଏବେ ଅନୁମାନ କରାଯାଇପାରେ । ଏହାକୁ ସୁଗମ କରିବା ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ପଞ୍ଚମ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା । ଆମେ

ଜାଣୁ ଯେ $10 = 10^1$, $100 = 10^2$, $1000 = 10^3$, $100000 = 10^5$ ଇତ୍ୟାଦି । ଅର୍ଥାତ୍ 1 ର ଡାହାଣରେ ଯେତୋଟି ଶୂନ୍ ଅଛି, 10 ସଂଖ୍ୟାଟି ଲେଖୁ ତାହା ଉପରେ ସେତିକି ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟାଟି ଲେଖୁଦେଲେ, ବିରାଟକାୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ସହଜରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । ଯେପରି :

95 000 000 000 000 000 000 000 କିଲୋମିଟର ନଲେଖୁ 95×10^{18} କି.ମି. ଲେଖିପାରିବା । ସେଇଭଳି ସୂର୍ଯ୍ୟର ଓଜନ 1983 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 ଗ୍ରାମ ଓଜନ $= 1983 \times 10^{30}$ ଗ୍ରାମ ଓଜନ ।

ଏପରି ଲେଖିବା ଦ୍ଵାରା କେବଳ ଜ୍ଞାନ ବଞ୍ଚେନାହିଁ, ସମୟ ମଧ୍ୟ ବଞ୍ଚେ, ଅଙ୍କ କଷିବା ସହଜ ସାଧ ହୁଏ । ଅଙ୍କ ଲେଖିବାରେ ଭୁଲଭଟକାର ଆଶଙ୍କା ନଥାଏ । ମନେକର ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ କୁହାଗଲା । ଏହାର ଗୁଣଫଳ ହେବ :

$$95 \times 10^{18} \times 1983 \times 10^{30}$$

$$= 95 \times 1983 \times 10^{18} \times 10^{30}$$

$= 188385 \times 10^{48}$ ଅଟେ । ଏଠାରେ 188385 ତ ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଲମ୍ବା ସଂଖ୍ୟା । ତାହାର ଡାହାଣକୁ ଆଉ 48 ଟି ଶୂନ୍ ଲେଖୁ ହେବ ତ ? ଭୁଲ ହୋଇଯିବାର ବହୁତ ସମ୍ଭାବନା । ତେଣୁ ଗାଣିତିକ ପଞ୍ଚମ ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ଵାରା ଏହାର କଳେବରକୁ କ୍ଷୁଦ୍ରାଦପି କ୍ଷୁଦ୍ର କରି ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

୨. ପୃଥିବୀର ବାୟୁମଣ୍ଡଳର ଓଜନ

ପୃଥିବୀର ଓଜନ ଆମ ବାୟୁମଣ୍ଡଳର ଓଜନର କେତେଗୁଣ, ତାଲ ତାହା

ଆମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଭୂପୃଷ୍ଠରେ ପ୍ରତି 1 ବର୍ଗ ସେଣ୍ଟିମିଟର ସ୍ଥାନ ଉପରେ ଦକ୍ଷାୟମାନ ବାୟୁସ୍ତବକର ଓଜନ ପ୍ରାୟ ପ୍ରାୟ 1 କିଲୋଗ୍ରାମ ଓଜନ ଅଟେ । ଭୂପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ହେଉଛି 51 କୋଟି ବର୍ଗ କିଲୋମିଟର ଅଟେ ।

$$\begin{aligned} & 51 \text{ କୋଟି ବର୍ଗ କିଲୋମିଟର} \\ &= 51 \times 10^7 \text{ ବର୍ଗ କିଲୋମିଟର} \\ &= 51 \times 10^7 \times 10^5 \times 10^5 \text{ ବର୍ଗ ସେଣ୍ଟିମିଟର} \\ & \quad (\because 1 \text{ କି.ମି.} = 10^5 \text{ ସେ.ମି.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ଆମ ବାୟୁସ୍ତବକର ଓଜନ} &= 51 \times 10^{17} \text{ କିଲୋଗ୍ରାମ ଓଜନ} \\ &= 51 \times 10^{14} \text{ ମେଟ୍ରିକଟନ ଓଜନ} \\ & \quad (\because 1 \text{ ଟନ} = 10^3 \text{ କି.ଗ୍ରା ଓଜନ}) \end{aligned}$$

ପୃଥିବୀର ଓଜନ = 6×10^{21} ମେଟ୍ରିକଟନ ଓଜନ ହେଲେ ବାୟୁମଣ୍ଡଳ ତୁଳନାରେ ଏହା କେତେ ଭାରୀ ?

$$\begin{aligned} & 6 \times 10^{14} \div 51 \times 10^{21} \\ &= \frac{6 \times 10^{14}}{51 \times 10^{21}} = \frac{2}{17} \times 10^7 \\ &= \frac{20}{17} \times 10^6 = 10^6 \text{ ଗୁଣ} = \text{ପ୍ରାୟ ଦଶଲକ୍ଷ ଗୁଣ ଭାରୀ} \end{aligned}$$

ଏଠାରେ ଗାଣିତିକ ସୁବିଧା ଦୃଷ୍ଟିରୁ $\frac{2}{17}$ ପ୍ରାୟ 1 ସଂଜ୍ଞେ ସମାନ

ଧରାଯାଇଅଛି ।

୩. ସୂର୍ଯ୍ୟ ଏକ ବସ୍ତୁ

ପୃଥିବୀ ତୁଳନାରେ ବହୁତ ବଡ଼, ମାତ୍ର ଗ୍ୟାସୀୟ ପିଣ୍ଡ, ସୂର୍ଯ୍ୟ ଏଇ ଭଳି ଏକ ବସ୍ତୁ । ଏହାର ବସ୍ତୁତ୍ବ $\doteq 2\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ ଗ୍ରାମ $= 2 \times 10^{33}$ ଗ୍ରାମ । ଏତେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷୁଦ୍ର ରୂପରେ ଲେଖି ହେଉଛି ।

ପୃଥିବୀଠାରୁ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଦୂରତା $= 15$ କୋଟି କିଲୋମିଟର

$$= 15 \times 10^7 \text{ କିଲୋମିଟର}$$

$$= 15 \times 10^7 \times 10^3 \text{ ମିଟର}$$

$$= 15 \times 10^7 \times 10^3 \times 10^2 \text{ ସେଣ୍ଟିମିଟର}$$

$$= 15 \times 10^{12} \text{ ସେଣ୍ଟିମିଟର}$$

ଯଦି ସୂର୍ଯ୍ୟର ଦୂରତା ଓ ବସ୍ତୁତ୍ବ ଗୁଣିବାକୁ ପଡେ ତେବେ ତାହାହେବ :

$$2 \times 10^{33} \text{ ଗ୍ରାମ} \times 15 \times 10^{12} \text{ ସେଣ୍ଟିମିଟର}$$

$$= 30 \times 10^{33} \times 10^{12} \text{ ଗ୍ରାମ ସେଣ୍ଟିମିଟର}$$

$$= 3 \times 10 \times 10^{33} \times 10^{12} = 3 \times 10^{46}$$

୩ ତାହାଣରେ ଆମେ କଅଣ ଛାୟାଳିଶଟା ଶୂନ ଲେଖି ପାରିବା ?

ତେଣୁ 3×10^{46} ଲେଖିଦେଲେ ଯଥେଷ୍ଟ ହେବ ।

୪. ବିନା ତାପରେ ଦହନ

ତାପ ପାଇ ଅଙ୍ଗାର ଓ ଅମ୍ଳଜାନ ମିଳିତ ହେଲେ ତାହାକୁ ଦହନ କୁହାଯାଏ । ଏହି ଅଙ୍ଗାର କାଠ, କୋଇଲା, ପେଟ୍ରୋଲ, କିରୋସିନି ବା କଲଗ୍ୟାସ ହୋଇପାରେ । କୋଇଲା ବା କାଠ ଉଚ୍ଚ ତାପମାତ୍ରାରେ ଦୃଶ୍ୟଭାବେ ଜଳୁଥିଲେ ହେଁ ନିମ୍ନ ତାପମାତ୍ରାରେ ବି ଦହନ ଘଟୁଥାଏ । ଏହା ଅତିମାତ୍ରାରେ ଧୀର ଓ ଏହା ପରିଦୃଷ୍ଟ ନହୋଇପାରେ । ରାସାୟନିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ନିୟମରୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ତାପମାତ୍ରା ନିମ୍ନକୁ 10 ଡିଗ୍ରୀ ଖସିଲେ ରାସାୟନିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ହାର ଅଧା ହୋଇଯାଏ । ମନେକର :

600 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲସିୟସ ତାପମାତ୍ରାରେ 1 ଗ୍ରାମ କାଠ 1 ସେକେଣ୍ଡରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଉସ୍ମୀଭୂତ ହୁଏ ।

20 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲସିୟସ ତାପମାତ୍ରାରେ 1 ଗ୍ରାମ କାଠ କେତେ ସେକେଣ୍ଡରେ ଜଳିପାରିବ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ 600 ଡିଗ୍ରୀରୁ 20 ଡିଗ୍ରୀ ବିୟୋଗ କରି ଅବଶିଷ୍ଟକୁ ପ୍ରତି 10 ଡିଗ୍ରୀ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ସମୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବ ।

$$600 - 20 = 580$$

580 ଡିଗ୍ରୀ ବା 58×10 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲସିୟସ ତାପମାତ୍ରା ଖସିବାକୁ ବିଲମ୍ବିତ ପକ୍ରିୟା ହେଉଛି 2^{58} ; ଅର୍ଥାତ୍ 20 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲସିୟସ ତାପମାତ୍ରାରେ

1 ଗ୍ରାମ କାଠ ଜାଳିବା ପାଇଁ 2^{58} ସେକେଣ୍ଡ ଲାଗିବ ।

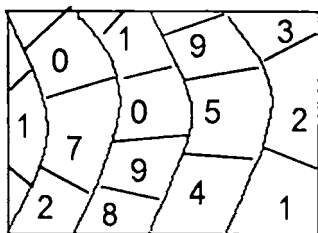
$$\begin{aligned} 2^{58} &= 2^{60-2} = 2^{60} \div 2^2 = \frac{1}{4} 2^{60} \\ &= \frac{1}{4} \times (2^{10})^6 = \frac{1}{4} \times (10^3)^6 [\because 2^{10} = 10^3] \\ &= \frac{1}{4} 10^{18} \text{ ସେକେଣ୍ଡ} \\ &= \frac{1}{4} 10^{18} \div 3 \times 10^7 [\because 1 \text{ ବରଷ} = 3 \times 10^7 \text{ ସେକେଣ୍ଡ}] \\ &= \frac{10^{18}}{4} \div 3 \times 10^7 \\ &= \frac{10^{18} \times 10^{-7}}{4 \times 3} = \frac{10^{11}}{12} \approx 10^{10} \text{ ବର୍ଷ (ପ୍ରାୟ)} \end{aligned}$$

ଅର୍ଥାତ୍ 20 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲସିୟସ ତାପମାତ୍ରାରେ 1 ଗ୍ରାମ କାଠ ଜଳି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଦହ ହେବା ପାଇଁ 10^{10} ବର୍ଷ ବା ଏକ ହଜାର କୋଟି ବର୍ଷ ଲାଗିଯିବ । ଅବଶ୍ୟ ନିଆଁ ଲଗାଇବାର ବିଚିନ ଉପାୟ ଉଦ୍ଭାବନ ପରେ ଏବେ କାଠକୁ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ସୁକ୍ଷ୍ମ ସମୟରେ ଦହ କରାଯାଇପାରୁଛି ।

୫. ନମରୀ ତାଲା

ଗୋଟିଏ ବଡ଼ ସିନ୍ଦୁକରେ ଏକ ନମରୀ ତାଲା ଲାଗିଛି । ନମରୀ ତାଲାରେ ଚାବି ନଥାଏ (ଚିତ୍ରଦେଖ) । ଏଥିରେ ଥିବା ରିଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିକ ପରେ ଗୋଟିଏ ଘୂରାଇ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟାଟି ମିଳିଗଲେ ତାଲା ଖୋଲିଯାଏ ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଟି ଜଣା ନଥିଲେ Trial and Error ପଦ୍ଧତିରେ ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବାକୁ ହୁଏ । ଏହି ନମୁନା ତାଲାଟିରେ 5 ଟି ରିଙ୍ଗ୍ ଅଛି ଓ ପ୍ରତି ରିଙ୍ଗ୍‌ରେ 36 ଟି ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ଏକ



ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ପ୍ରତି ରିଙ୍ଗ୍‌ର ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଅନ୍ୟ ରିଙ୍ଗ୍‌ଗୁଡ଼ିକର ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିଲେ ଗୋଟିଏ ପାଞ୍ଚଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ହେବ । ଏଭଳି କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ହୋଇପାରିବ, ଆସ ଦେଖିବା ।

ପ୍ରଥମ ରିଙ୍ଗ୍‌ର ପ୍ରତି ସଂଖ୍ୟାସାଜକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ରିଙ୍ଗ୍‌ର ପ୍ରତି ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିଲେ ସମୁଦାୟ ସଂଖ୍ୟାର ସମ୍ଭାବନା 36^2 ହେବ । ଏହି 36^2 ଟି ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାରୁ ପ୍ରତିଟି ସହ ତୃତୀୟ ରିଙ୍ଗ୍‌ର ପ୍ରତି ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିଲେ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ଭାବନା 36^3 ଟି ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଚତୁର୍ଥରିଙ୍ଗ୍ ଯୋଡ଼ିଲେ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ଭାବନା 36^4 ହେବ ଏବଂ ଏହାର ପ୍ରତି ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଚାରିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପଞ୍ଚମ ରିଙ୍ଗ୍‌ର ପ୍ରତିସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଡ଼ିଲେ ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା 36^5 ହେବ ।

ପାଞ୍ଚଟି ରିଙ୍ଗ୍‌କୁ ଖଞ୍ଜି ପାଞ୍ଚଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ପାଇବା ପାଇଁ ସମୟ ଲାଗେ ଅନୁ୍ୟନ୍ୟ 3 ସେକେଣ୍ଡ । ତେବେ (36^5) ଟି ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ସମୟ ଲାଗେ $3 \times (36)^5$ ସେକେଣ୍ଡ

$$= 3 \times 3^{10} \times 2^{10} \text{ ସେକେଣ୍ଡ}$$

$$= 3^{11} \times 2^{10} \text{ ସେକେଣ୍ଡ}$$

$$= 181398528 \text{ ସେକେଣ୍ଡ}$$

$$= 50 \text{ ହଜାର ଘଣ୍ଟା} = \text{ପ୍ରାୟ ୪ ଅ ବର୍ଷ}$$

ଜଣେ ଲୋକ ବିଭିନ୍ନ ତାଲାଖୋଲିବା ପ୍ରଚେଷ୍ଟା ଦିନରାତି ଅହରହ କାମ କରି ପାରିବ ନାହିଁ । ଯଦି ଦିନକୁ ସେ ଆଠଘଣ୍ଟା ଏଇ ଭଳି ଅବିରାମ ଖଟେ, ତେବେ ତାକୁ ଏହି ନମ୍ବରୀ ତାଲାଟି ଖୋଲିବା ପାଇଁ ସମୟ ଲାଗିବ :

$$5 \times 10^4 \text{ ଘଣ୍ଟା}$$

$$= \frac{10^5}{2} \text{ ଘଣ୍ଟା}$$

$$= \frac{10^5}{16} \text{ ଦିନ}$$

$$= 6300 \text{ ଦିନ ବା } 20 \text{ ବର୍ଷ}$$

୬. ତିନୋଟି ୨ ବ୍ୟବହାର କରି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ତିନୋଟି ୨ ଅର୍ଥାତ୍ ୨, ୨ ଏବଂ ୨ ଏହାକୁ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଲେଖି କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ, ଆସ ଦେଖିବା ।

$$222, 2^{22}, 22^2, 2^{2^2}, 2 + \frac{2}{2}, \frac{22}{2}, 2 + 2 + 2 \text{ ଇତ୍ୟାଦି ।}$$

ଏଥିମଧ୍ୟରୁ ସୂଚକ ବା ପାଞ୍ଜାର ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ତିନଟି ବଡ଼ ।

$$2^{2^2}, 22^2, 2^{22}$$

$$2^{2^2} = 2^4 = 16$$

$$22^2 = 484$$

$$2^{22} = 4194304 \text{ । ତେଣୁ } 2^{22} \text{ ଟି ହେଉଛି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ।}$$

୭. ତିନୋଟି 3 ବ୍ୟବହାର କରି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ତିନୋଟି ୨ ବ୍ୟବହାର କଲାଭଳି ଏଥର ବି ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାମାନ ଲେଖ ।

ଯେତେଗୁଡ଼ିଏ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଏଥିରୁ ମିଳୁଛି ସେଥିରୁ କେବଳ ସୂଚକ ବା ପାଞ୍ଜାର ଥିବା ସଂଖ୍ୟା କୁ ନେବା ।

$$\text{ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା : } 3^3, 33^3, 3^{33}$$

ତେଣୁକରି ଦେଖିବ ଯେ 3^{33} ଟି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟାଅଟେ ।

୮. ତିନୋଟି 4 ବ୍ୟବହାର କରି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ତିନୋଟି 2 ଏବଂ ତିନୋଟି 3 ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଯେଉଁ ବାଟରେ ଯାଇ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିଗଲେ, ଅନ୍ଧାରାବେ ସେଇଭଳି ମାଡ଼ିଗଲେ ଭୁଲ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିବା । ତିନୋଟି 4 କୁ ନେଇ ଯେତେଗୁଡ଼ିଏ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଉଛେ ସେଥିରୁ ସୂଚକ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନ ହେଲା : 4^{4^4} , 44^4 ଏବଂ 4^{44}

$$4^{4^4} = 4^{256}$$

$$44^4 = 1936$$

$$4^{44} = 4^{44}$$

ଉପରୋକ୍ତ ସରଳକରଣ ଜଣାଯାଏ ଯେ 4^{4^4} ହେଉଛି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ।

୯. ଚାରୋଟି 1 ବ୍ୟବହାର କରି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ଆସ, ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାମାନ ଦେଖିବା ।

1111, $11 + 11$, $111 + 1$, $\frac{11}{11}$, 11×11 , $(1)^{111}$, $(111)^1$; $(11)^{11}$ ଇତ୍ୟାଦି ।

$$1111 = 1111$$

$$11 + 11 = 22$$

$$111 + 1 = 112$$

$$\frac{11}{11} = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$(1)^{111} = 1$$

$$(111)^1 = 111$$

$(11)^{11} =$ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଟି 285×10^9 ବା 28500 କୋଟି ଠାରୁ ଅଧିକ ଓ ତେଣୁ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

୧୦. ତାରୋଟି 2 ବ୍ୟବହାର କରି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ଏହି ମଜାଳିଆ ବୀଜଗଣିତରେ ଟିକେ ସାବଧାନ ହୋଇ ଗତି କରିବା ।
ତାରୋଟି ଦୁଇକୁ ନେଇ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ (+), (-), (x)
ଚିହ୍ନମାନ ଛାଡ଼ି ନିରୁତା ସୂଚକ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା କିଛି ସଂଖ୍ୟା ଏବେ
ଲେଖିବା ।

ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା $2222 = 2 \times 10^3$ ବା 2000 ରୁ ସାମାନ୍ୟ ଅଧିକ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା $222^2 = 5 \times 10^4$ ବା 50000 ଠାରୁ ସାନ ।

ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟା $2^{2^2} = 2^{16} = 2^4 \times 2^{12}$
 $= 2^4 \times 10^3 = 16$ ହଜାର ପ୍ରାୟ

ଚତୁର୍ଥ ସଂଖ୍ୟା $22^{22} = 22^{2 \times 11} = 484^{11}$

ପଞ୍ଚମ ସଂଖ୍ୟା $22^{22} = 22^4 = 2.5 \times 10^5$ ବା 250000 ରୁ ଉଣା ।

ଷଷ୍ଠ ସଂଖ୍ୟା 2^{222} ସଂଖ୍ୟାର ରୂପରୁ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ ଏହା ଉପର ବର୍ଣ୍ଣିତ
ସମସ୍ତ ପାଞ୍ଚଟି ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ଼ ।

ସପ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା $2^{2^{2^2}} = (2^2 \times 2^{20})^2 = (4 \times 10^6)^2$
 $= 16 \times 10^{12} = 16$ ଲକ୍ଷ କୋଟି

ଅଷ୍ଟମ ସଂଖ୍ୟା $2^{2^{2^2}} \approx 2^{4000000} > 10^{1200000}$

ଏହି ଅଷ୍ଟମ ସଂଖ୍ୟାଟିର ରୂପରୁ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ ତାରୋଟି 2 କୁ
ବ୍ୟବହାର କରି ଯେତେଗୁଡ଼ିଏ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ନିଲେ, ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଉପର
ସୂଚିତ ଅଷ୍ଟମ ସଂଖ୍ୟାଟି ହିଁ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

୧୧. ପରିବର୍ତ୍ତିତ ପାଣିପାଗ

ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ସବୁ ଦିନରେ ପାଣିପାଗର ସମତା ନଥାଏ । ଅଧିକ ଜଟିଳତାକୁ ନଯାଇ ଆମେ ପାଣିପାଗରୁ ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସୂଚକ ନେବା, ଯଥା :- ମୁତ୍ରାକାଶ ଓ ମେଘାଛନ୍ନ । ଏହି ଦୁଇଟିରୁ ଆମେ ଦିନକୁ ଦିନ ପାଣିପାଗର ସମ୍ଭାବନା ବିଚାର କରିବା ।

ପ୍ରଥମ ଦିନ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି : ମୁତ୍ରାକାଶ ବା ମେଘାଛନ୍ନ \Rightarrow ଦୁଇଟି
ସମ୍ଭାବନା = 2^1

ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି : ମୁତ୍ରାକାଶ ବା ମୁତ୍ରାକାଶ,
ମୁତ୍ରାକାଶ ଓ ମେଘାଛନ୍ନ,
ମେଘାଛନ୍ନ ଓ ମୁତ୍ରାକାଶ,
ବା ମେଘାଛନ୍ନ ଓ ମେଘାଛନ୍ନ
 \Rightarrow ଚାରୋଟି ସମ୍ଭାବନା = 2^2

ତୃତୀୟ ଦିନ ସମ୍ଭାବନା : ତୃତୀୟ ଦିନରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନର
ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମ୍ଭାବନା ସାଙ୍ଗକୁ ଆଉ
ଦୁଇଟି ସମ୍ଭାବନା ଯୋଡ଼ି ହୋଇଯାଏ
ଓ ମୋଟ ସମ୍ଭାବନା ସଂଖ୍ୟା
 $4 \times 2 = 8$ ବା 2^3

ଚତୁର୍ଥ ଦିନରେ ସମ୍ଭାବନା : $2^3 \times 2 = 2^4$

ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହରେ ବା ୭ ଦିନରେ ପାଣିପାଗର ସମ୍ଭାବନା

ସଂଖ୍ୟା $= 2^7 = 128$ ଅର୍ଥାତ ସପ୍ତାହକ ମଧ୍ୟରେ ଆମେ ମୋଟ 128 ପ୍ରକାର ପାଣିପାଗ ଅନୁଭବ କରିବାର ସମ୍ଭାବନା ।

୧୨. ଭାଗ୍ୟଶାଳୀ ସଂଖ୍ୟା

ଗୋଟିଏ ଅକ୍ଷବିଶ୍ୱସୀ ସାଇକଲ ଆରୋହୀ ଲାଇସେନ୍ସ କରିବାକୁ ଯାଇ ଦେଖିଲା ଯେ ଲାଇସେନ୍ସ ନମ୍ବରଗୁଡ଼ିକ 000001 ଠାରୁ 999999 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା । ଲୋକଟିର ଭୟ ଯେ 8 ଟି ସର୍ବଦା ଅଶୁଭ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ତେଣୁ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 -ଏହି ଦଶଟି ରାଶିରୁ 8 ଟି ବାଦ ଦେଲେ ସେ ଶତକଡ଼ା ନବେ ଭାଗ୍ୟଶାଳୀ ସଂଖ୍ୟାର ସମ୍ଭାବନା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଟୋକନ ବାଛିନେବ । 8 ବିହୀନ ନଅଗୋଟି ରାଶି ଲେଖିବାର ସମ୍ଭାବନା ସଂଖ୍ୟା $= 9$ ଅଟେ । ପ୍ରଥମକୁ ଦେଖି ଦ୍ୱିତୀୟଟି ଘରେ ଆଉ ଏକ ରାଶି ଲେଖିବାର ସମ୍ଭାବନା $= 9$ ଅଟେ । ମାତ୍ର ଦୁଇଟି ଘରକୁ ନେଇ ପ୍ରତ୍ୟେକରେ 9 ଟି ରାଶିରୁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ବାଛି ଲେଖିଲେ ସମୁଦାୟ ସଂଖ୍ୟାର ସମ୍ଭାବନା $= 9^2$

ତିନୋଟି ଘରେ ଲେଖାଥୁବା ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାର ସମ୍ଭାବନା $= 9^3$

4 ଟି ଘରେ $= 9^4$; 5 ଟି ଘରେ $= 9^5$ ଏବଂ 6 ଟି ଘରେ 9^6 ଅଟେ । ଏଥିରୁ '000000' ଏହି ସମ୍ଭାବନାଟି ବାଦ ଦେବାକୁ ହେବ, କାରଣ ଏହା ଏକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । ତେବେ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ଥର ପ୍ରୟୋଗ କରି ମୋଟ ଛଅଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା $= 9^6 - 1 = 531440$ ଅଟେ, ଯାହାକି ମୋଟ 999999 ଟି ସଂଖ୍ୟାର ଶତକଡ଼ା 53 ଭାଗ ପ୍ରାୟ ।

ଅନ୍ଧବିଶ୍ୱାସୀ ଲୋକଟି ଦଶଟି ରାଶିରୁ ଗୋଟିଏ ରାଶି ୫ ବାଦ୍ ଦେଇ ଶତକଡ଼ା ନବେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଭାଗ୍ୟଶାଳୀ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାକୁ ଇଚ୍ଛା କରିଥିଲେ ହେଁ, ତା'ର ସମ୍ମୁଖରେ ମାତ୍ର ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାର ଶତକଡ଼ା ୫୩ ଭାଗ ଭାଗ୍ୟଶାଳୀ ସଂଖ୍ୟା ଗଚ୍ଛିତ ଅଛି । ଏହା ବାସ୍ତବ ହୋଇଥିଲେ ହେଁ ବାଜଗଣିତର ଏକ ପ୍ରହେଳିକା ।

୧୩. ଦ୍ୱି-ବିଭାଜନ (କ)

ଏମିତି ଗୋଟିଏ ଏକକୋଷୀ ଜୀବ । ଏହା ନିଜକୁ ଆପଣାଛାଏଁ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରି ଦୁଇଟି ଜୀବରେ ପରିଣତ ହୁଏ; ଏହାକୁ ପ୍ରାଣୀର ଦ୍ୱି-ବିଭାଜନ କହନ୍ତି । ପୁନଶ୍ଚ ପ୍ରତି ଦୁଆ ଜୀବ ଦ୍ୱି-ବିଭାଜିତ ହୁଏ । ଏଭଳି ଏକରୁ ଦୁଇ, ଦୁଇରୁ ଚାରି, ଚାରିରୁ ଆଠ ଇତ୍ୟାଦି । ଯଦି କୌଣସି ଏମିତି, ନଷ୍ଟ ନ ହୁଅନ୍ତି ଓ ଏଭଳି ଦ୍ୱି-ବିଭାଜନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଚାଲୁ ରହେ ତେବେ କେତେ ପୁରୁଷାନୁକ୍ରମେ ଏହି ଜୀବ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଆୟତନର ଏମିତି ସୃଷ୍ଟି କରି ପାରିବ ? ସୂର୍ଯ୍ୟର ଆୟତନ ହେଉଛି 10^{27} ଘନ ମିଟର । ଗୋଟିଏ ଏମିତି ଜନ୍ମର ପ୍ରାୟ ୨୭ ଘଣ୍ଟାପରେ ବିଭାଜିତ ହୁଏ । ଏହା ଜଣା ଯେ ଏମିତି ଏହାର ୪୦ତମ ବିଭାଜନରେ ଯେତିକି ଏମିତି ସୃଷ୍ଟି ହୁଅନ୍ତି, ତାହା ଏକ ଗନମିଟର ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରନ୍ତି ।

$$\begin{aligned} 10^{27} &= (10^3)^9 = (10^3)^9 [\because 2^{10} = 1024 \approx 10^3] \\ &= 2^{90} \end{aligned}$$

ଅର୍ଥାତ୍ ଏକ ଘନମିଟର ଅଧିକାର କରିଥିବା ଏମିତି ଆଉ ୨୦ ପୁରୁଷରେ (୨୦th generation)ରେ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଘନ ପରିମିତ ଏମିତି ସୃଷ୍ଟି କରି ପାରିବ । ଅନ୍ୟଭାଷାରେ ଗୋଟିଏ ଏମିତିର ପୁଅ, ନାତି ଧରି

$90+40=130$ ପୁରୁଷରେ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଆକାର ପରିମିତ ଏମିବା ସୃଷ୍ଟି କରିବ ।

୧୪. ଦ୍ଵି-ବିଭାଜନ (ଖ)

ଗୋଟିଏ କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦକୁ ସମଦ୍ଵିଖଣ୍ଡ କରାଗଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖଣ୍ଡକୁ ପୁନଃ ସମଦ୍ଵିଖଣ୍ଡ କରାଗଲା । ଏଇଭଳି କେତେବାର ସମଦ୍ଵିଖଣ୍ଡ କରି ଚାଲିଲେ ଅବଶେଷରେ ଏକ ପରମାଣୁ ଆକାର ଚୁକ୍ରରା କାଗଜ ସୃଷ୍ଟି ହେବ । ଦତ୍ତ ଅଛି ଯେ କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦଟିର ଓଜନ = 1 ଗ୍ରାମ ଓଜନ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ପରମାଣୁ ଆକାର କାଗଜର ଓଜନ = 10^{-24} ଗ୍ରାମ୍ ଓଜନ ।

$$10^{24} = (10^3)^8$$

$$= (2^{10})^8 [\because 2^{10} \approx 10^3]$$

$$= 2^{80}$$

ଦତ୍ତ କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଥର ଦ୍ଵି-ବିଭାଜିତ କରିଚାଲିଲେ ଶେଷ ବିଭାଜନର ସୃଷ୍ଟି ଚୁକ୍ରଟା ଏକ ପରମାଣୁ ଆକାରର ହେବ ।



ଷଷ୍ଠ ଅଧ୍ୟାୟ

ବାଜଗଣିତର ଭାଷା

ସାହିତ୍ୟର ଭାଷାଠାରୁ ବିଜ୍ଞାନର ଭାଷା, ଇତିହାସର ଭାଷା, ଅର୍ଥନୀତିର ଭାଷା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହେଲାଭଳି ବାଜଗଣିତର ଭାଷା ମଧ୍ୟ ଭିନ୍ନ ହୋଇଥାଏ । ସମୀକରଣ ହେଉଛି ବାଜଗଣିତର ଭାଷା । ସାଧାରଣ ଭାଷାରେ ଲିଖିତ ଗାଣିତିକ ଅନୁଚ୍ଛେଦଟିଏ କ୍ଲିଷ୍ଟ ହୋଇଥିଲାବେଳେ ସମୀକରଣରେ ଲେଖିଲେ ସ୍ପଷ୍ଟ ବୁଝି ହୋଇଥାଏ । ଏଇଭଳି କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା ।

୧୫. ସମୀକରଣ ଗଠନ

ପ୍ରଶ୍ନଟି ଏଇଭଳି

ସାଧାରଣ ଭାଷା	ବାଜଗାଣିତିକ ଭାଷା
ଗୋଟିଏ ବଣିକ ପାଖରେ କିଛି ଟଙ୍କା ଥିଲା ।	ମନେକର x ଟଙ୍କା ଥିଲା । $x-100$ $x-100 + \frac{x-100}{3}$

ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ ସେ ବ୍ୟବସାୟରେ
100 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କରିଥିଲା ।

$$\Rightarrow \frac{4x - 400}{3}$$

ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ ସେ ତାହାର ଏକ
ତୃତୀୟାଂଶ ପୁଞ୍ଜି ବଢ଼ାଇଥିଲା ।

$$\frac{4x - 400}{3} - 100$$

$$\Rightarrow \frac{4x - 700}{3}$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ବର୍ଷ ସେ 100 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ
କଲା ।

$$\frac{4x - 700}{3} + \frac{4x - 700}{9}$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ବର୍ଷ ସେ ପୁଞ୍ଜିର ଏକ
ତୃତୀୟାଂଶ ବଢ଼ାଇଥିଲା ।

$$\Rightarrow \frac{16x - 2800}{9}$$

$$\frac{16x - 2800}{9} - 100$$

ତୃତୀୟ ବର୍ଷ ସେ 100 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ
କରିଥିଲା ।

$$\Rightarrow \frac{16x - 3700}{9}$$

ତୃତୀୟ ବର୍ଷ ସେ ପୁଞ୍ଜିର ଏକ
ତୃତୀୟାଂଶ ବଢ଼ାଇଥିଲା ।

$$\frac{16x - 3700}{9}$$

$$+ \frac{16x - 3700}{27}$$

ତୃତୀୟ ବର୍ଷ ଶେଷରେ ତାହାର ମୂଳ
ପୁଞ୍ଜି ଦ୍ୱିଗୁଣିତ ହୋଇଥିଲା ।

$$\Rightarrow \frac{64x - 14800}{27}$$

$$\frac{64x - 14800}{27} = 2x$$

ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ଭାଷାରେ ସମୀକରଣଟି ମିଳିଗଲା ଏବଂ
ବ୍ୟବସାୟରେ ଲଗାଇଥିବା ପୁଞ୍ଜି ଜାଣିବାରେ ଅସୁବିଧା ନାହିଁ ।

$$\frac{64x - 14800}{27} = 2x$$

$$\Rightarrow 10x = 14800$$

$$\Rightarrow x = 1480$$

ବ୍ୟବସାୟୀଟିର ପାଖରେ ମୂଳରୁ 1480 ଟଙ୍କା ଥିଲା ।

୧୭. ଗନ୍ଧରୁ ସମୀକରଣ

ଘୋଡ଼ାଟିଏ ଓ ଗଧଟିଏ ପିଠିରେ ବସ୍ତା ବୋଝ ଲଦି ସାଙ୍ଗ ହୋଇ ଯାଉଥିଲେ । ଘୋଡ଼ାକୁ ବୋଝ ବହୁତ ଭାରୀ ହେବାରୁ ହେସାରବ କଲା । ଗଧ ପଚାରିଲା, “ତୁ କାହିଁକି ଏଭଳି ବୋବାଉଛୁ ?” ଘୋଡ଼ା କହିଲା, “ତୋ ପିଠିରୁ ମୁଁ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତା ନେଇଗଲେ ମୋ ବସ୍ତା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଗୁଣ ହୋଇଯିବ । ମାତ୍ର ତୁ ମୋଠାରୁ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତା ନେଲେ ତୋର ମୋର ବସ୍ତା ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ହୋଇଯିବ ।” ମୁଁ ବୋବାଇବାର କାରଣ ଜାଣି ପାରିଲୁ ? ଗଧ ତ ଏକ ଗଧ । ସେ କାହିଁ ହିସାବ ଜାଣିବ ? ଆମେ ହିସାବ କରି ଦେଖିବା, ଆସ । ମନେକର ଘୋଡ଼ା ପିଠିରେ ଥିବା ବସ୍ତାସଂଖ୍ୟା x ଏବଂ ଗଧର y ; ଗଧ ପିଠିରୁ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତା ନେଇ ଘୋଡ଼ା ପିଠିରେ ଲଦିଲେ ହେବ,

$$x + 1 = 2(y-1) \dots\dots\dots(i)$$

ଘୋଡ଼ା ପିଠିରୁ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତା ନେଇ ଗଧ ପିଠିରେ ଲଦିଲେ ହେବ,

$$x - 1 = y - 1 \dots\dots\dots(ii)$$

ଏବେ ଆମେ ଘୋଡ଼ାର ଗାଣିତିକ ଭାଷାରୁ ବାଜଗଣିତର ଭାଷା, ଅର୍ଥାତ୍ ଦୁଇଟି ସମୀକରଣ ପାଇଲେ ।

$$\text{ପ୍ରଥମଟିକୁ ସରଳ କଲେ ହେବ,} \quad x = 2y - 3 \text{ ଏବଂ}$$

$$\text{ଦ୍ୱିତୀୟଟି ହେବ,} \quad x = y + 2$$

ସୁଦ୍ଧ ସମୀକରଣରୁ ଏକ ନୂଆ ସମୀକରଣ ମିଳିଲା ।

ତାହାହେଲା

$$\therefore 2y - 3 = y + 2$$

$$\text{ବା } y = 5 \text{ ଏବଂ } x = 7$$

ଯୋଡ଼ା ପିଠିରେ 7ଟି ଏବଂ ଗଧ ପିଠିରେ 5ଟି ବସ୍ତା ଲଦା ହୋଇଥିଲା ।

୧୭. ଦୁଇଟି ଅଜଣା ସଂଖ୍ୟା ।

ରାଜା ଓ ରଞ୍ଜନର ବୟସର ଅନ୍ତର 3 ବର୍ଷ । ରାଜାର ବୟସର 3ଗୁଣକୁ 4ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ରଞ୍ଜନର ବୟସ ମିଳେ । କାହାର ବୟସ କେତେ ?

[ସରଳ ସାଧାରଣ ପ୍ରଶ୍ନଟିଏ । ମାତ୍ର ମାନସାଙ୍କ ବା ପାଟାଗଣିତ ଦ୍ୱାରା ଏହାର ସମାଧାନ ସହଜ ନୁହେଁ । ବେଶ କଉତୁକରେ ବୀଜଗଣିତ ଏହାର ସମାଧାନ କରିଦିଏ ।]

ଏଠାରେ ରାଜା ଓ ରଞ୍ଜନ ମଧ୍ୟରେ କିଏ ବଡ଼ ସ୍ପଷ୍ଟ ନୁହେଁ । ତେଣୁ ମନେକର ରାଜାର ବୟସ x ବର୍ଷ । ରାଜାର ବୟସର 3 ଗୁଣକୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ହେବ $\frac{3x}{4}$ ବର୍ଷ = ରଞ୍ଜନର ବୟସ; ଏଇଠାରେ ଜଣାଗଲା ରଞ୍ଜନ ବୟସରେ ସାନ ।

ତେଣୁ ରଞ୍ଜନର ବୟସ $(x - 3)$ ବର୍ଷ

ରଞ୍ଜନର ବୟସ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ଦୁଇଟି ବୀଜଗଣିତିକ ସଂଖ୍ୟା

$$\text{ପାଇଲେ ତାହା } (x - 3) = \frac{3x}{4}$$

$$\text{ବା } 4x - 12 = 3x$$

$$\text{ବା } x = 12$$

∴ ରାଜାର ବୟସ 12 ବର୍ଷ ଏବଂ ରଞ୍ଜନର 9 ବର୍ଷ ।

୧୮. ତିନୋଟି ଅଜଣା ସଂଖ୍ୟା ।

ଆଉ ଟିକିଏ ଜଟିଳକୁ ଆମେ ଯିବା । ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ମଝି ସଂଖ୍ୟାଟିର ବର୍ଗ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳଠାରୁ 1 ବେଶୀ । ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ଛିର କର ।

ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାରୁ ମନେକର ମଝିଟି x ଅଟେ ।

ତେବେ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ହେଲା $(x - 1), x, (x + 1)$

ପ୍ରଶ୍ନ ଅନୁଯାୟୀ $x^2 = (x-1)(x+1)+1$

ବା $(x^2 - 1) = (x - 1)(x + 1)$

ବା $(x^2 - 1) = (x^2 - 1)$

ଏଠାରେ ଆମେ ଏକ ନୂଆ ଅନୁଭୂତି ଅର୍ଜନ କଲେ । ମାତ୍ର ଏହି ଅନୁଭୂତିରୁ ଜାଣିଲେ ଯେ $x = 3, 50$ ବା 107 ଯାହା କିଛି ସଂଖ୍ୟା ନେଲେ ବି ସଦାବେଳେ ମଝି ସଂଖ୍ୟାଟିର ବର୍ଗ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳଠାରୁ 1 ବେଶୀ ହେବ । ତେଣୁ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ପ୍ରଶ୍ନଭଳି ଆଉ ଏକ ସମୀକରଣ ଆବଶ୍ୟକ ।

୧୯. ଚାରି ଭାଇ ।

ଚାରି ଭାଇଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କାତକ ମିଶାଇଦେଲେ ହୁଏ, 45 ଟଙ୍କା । ଯଦି ପ୍ରଥମର ଟଙ୍କାରେ 2 ଟଙ୍କା ମିଶେ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଇଠାରୁ 2 ଟଙ୍କା କାଢ଼ି ନିଆଯାଏ, ତୃତୀୟ ଭାଇର ଟଙ୍କା ଦୁଇଗୁଣ କରିଦିଆଯାଏ ଓ ଚତୁର୍ଥର ଟଙ୍କାକୁ ଅଧା କରିଦିଆଯାଏ, ତେବେ ସମସ୍ତଙ୍କ ପାଖରେ ସମାନ ଟଙ୍କା ରହିବ । କାହାର କେତେ ଟଙ୍କା ଅଛି ? ଧାଡ଼ି ଆରମ୍ଭ ମନେକର ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ, ତୃତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ ଭାଇ ପାଖରେ ଯଥାକ୍ରମେ a, b, c ଏବଂ d ସଂଖ୍ୟକ ଟଙ୍କା ଅଛି । ପ୍ରଶ୍ନରୁ ଏହା ବି ଜାଣିହୁଏ ଯେ $a + b + c + d = 45$

$$\text{ଏବଂ ପ୍ରଶ୍ନ ଅନୁଯାୟୀ } a + 2 = b - 2 = 2c = \frac{d}{2}$$

ଏବେ ଆମେ b, c, d ଓ a ର ଟଙ୍କାକୁ ସବୁ a ରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା,
ଯଥା :-

$$a + 2 = b - 2 \quad \text{ବା } b = a + 4$$

$$a + 2 = 2c \quad \text{ବା } c = \frac{a + 2}{2}$$

$$a + 2 = \frac{d}{2} \quad \text{ବା } d = 2(a + 2)$$

$$\therefore 45 = a + b + c + d$$

$$= a + (a + 4) + \frac{a + 2}{2} + 2(a + 2)$$

$$\text{ବା } 45 = a + a + 4 + \frac{a + 2}{2} + 2a + 4$$

$$\text{ବା } 45 = 4a + 8 + \frac{a + 2}{2} = \frac{8a + 16 + a + 2}{2}$$

$$\text{ବା } 8a + 16 + a + 2 = 90$$

$$\text{ବା } 9a + 18 = 90$$

$$\text{ବା } 9a = 72$$

$$\text{ବା } a = 8, b = 12, c = 5, d = 20$$

ଚାରିଭାଇଙ୍କ ପାଖରେ ଯଥା କ୍ରମେ ୮ଟ, ୧୨ଟ, ୫ଟ ଓ ୨୦ଟଙ୍କା
ଥିଲା ।

୨୦. ବାଜଗଣିତର ପ୍ରହେଳିକା ।

ଶିକ୍ଷକ ପିଲାଙ୍କୁ ପଚାରିଲେ ଯଦି $8 \times 8 = 54$ ହୁଏ, ତେବେ 84 ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ଭୁଲ କହି ଉଡ଼ାଇଦେଲେ ଚଳିବ ନାହିଁ । ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାରେ ବ୍ୟବହୃତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ସୂଚକ ଅଟେ । ଆସ ଆମେ ସମାଧାନର ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ଦଶକ	ଏକକ	ଦଶକ	ଏକକ
8	4	5	4
$8x$	4	$5x$	4

ଯଦି $84 = 8x + 4$ ହୁଏ, ତେବେ $54 = 5x + 4$ ଅଟେ ।

ମାତ୍ର $8 \times 8 = 5x + 4$ ବା $5x = 60$ ବା $x = 12$ ଅଟେ ।

ଏହି $x = 12$ ମୂଲ୍ୟକୁ 84 ରେ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ ହେବ :

$$84 = 8x + 4$$

$$= 8 \times 12 + 4 = 96 + 4 = 100$$

ଏଠାରେ 84 ର ମୂଲ୍ୟ 100 ଅଟେ ।

୨୧. ବାଜଗଣିତର ଛନ୍ଦ

ବିଭିନ୍ନ ଅନୁପାତରେ ମିଶାଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ଚିନି ପାଣି ଦ୍ରବଣ ଅଛି । 3% ଚିନିପାଣି ଓ 30% ଚିନିପାଣି କେଉଁ ଅନୁପାତରେ ମିଶାଇଲେ 12% ଚିନିପାଣି ଦ୍ରବଣ ମିଳିବ ?

ମନେକର x ଗ୍ରାମ 3% ଚିନିପାଣି ଓ y ଗ୍ରାମ 30% ଚିନିପାଣି ମିଶାଇଲେ 12% ଚିନିପାଣି ଦ୍ରବଣ ମିଳିବ ।

$$\text{ତେବେ } 0.03x + 0.3y = 0.12(x + y)$$

$$\text{ବା } 0.03x + 0.3y = 0.12x + 0.12y$$

$$\text{ବା } 0.03x - 0.12x = 0.12y - 0.3y$$

$$\text{ବା } x(0.03 - 0.12) = y(0.12 - 0.3)$$

$$\text{ବା } x(-0.09) = y(-0.18)$$

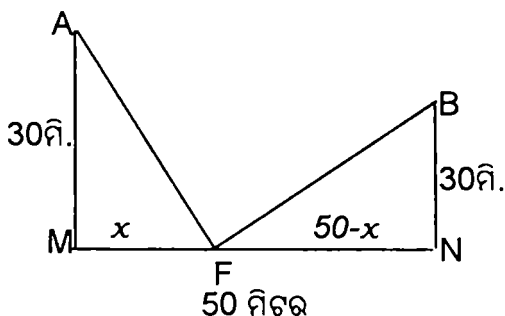
$$\text{ବା } x = \frac{-0.18}{-0.09} \times y$$

$$\text{ବା } x = 2y$$

∴ ଆମେ ପ୍ରଥମ ଚିନିପାଣି ଦୁଇଗୁଣ ଓ ଦ୍ଵିତୀୟ ଚିନିପାଣି 1 ଗୁଣ ନେଇ ମିଶାଇଲେ 12% ଦ୍ରବଣ ମିଳିପାରିବ ।

୨୨. ତ୍ରିକୋଣମିତିକ କଳ୍ପନା ।

ଗୋଟିଏ ନଈର ଦୁଇ ପାର୍ଶ୍ଵରେ ଦୁଇଟି ତାଳଗଛ ଅଛି । ଗୋଟିକର ଉଚ୍ଚତା 30 ମିଟର ଓ ଅନ୍ୟଟି 20 ମିଟର, ନଈଟିର ପ୍ରସ୍ଥ 50 ମିଟର ଅଟେ । ପ୍ରତି ତାଳଗଛର ଶୀର୍ଷରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଚିଲ ବସିଛନ୍ତି । ହଠାତ୍ ନଈମଝିରେ ଦୁଇ ତାଳଗଛ ମଧ୍ୟ ଭାଗରେ ଏକ ମାଛ ଦେଖା ଦେଲା । ମାଛଟିକୁ ପାଇବା ପାଇଁ ଚିଲ ଦ୍ଵୟ ଏକ ସମୟରେ ଗଛ ଛାଡ଼ି ଏକ ସମୟରେ ମାଛ



ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିଲେ । ତେଜା ତାଳଗଛର ମୂଳ ଓ ମାଛ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ତାଳଗଛ ଦୃଢ଼ର ମୂଳ ହେଲା M ଏବଂ N

ତାଳଗଛ ଦୃଢ଼ର ଶୀର୍ଷ ହେଲା A ଏବଂ B

F ହେଉଛି ମାଛ ।

ପ୍ରଶ୍ନ ଅନୁସାରେ $AF = BF$

$$\text{ବା } AF^2 = BF^2$$

$$\text{ବା } AM^2 + MF^2 = BN^2 + NF^2$$

$$\text{ବା } 30^2 + x^2 = 20^2 + (50 - x)^2$$

$$\text{ବା } 900 + x^2 = 400 + 2500 - 100x + x^2 ,$$

$$\text{ବା } 100x = 2000 \text{ ବା } x = 20$$

\therefore ତେଜା ତାଳଗଛର ମୂଳରୁ 20 ମିଟର ଦୂରରେ ମାଛଟି ଦୃଶ୍ୟ ହୋଇଥିଲା ।

୨୩. ଏକ ବିରାଟ ହରଣ

ବତିଶ କୋଟି କୋଟି କୋଟି କୋଟିକୁ ଆଠ ଲକ୍ଷ କୋଟି କୋଟି କୋଟି କୋଟି ଦ୍ଵାରା ଭାଗ କର । ଦୁଇଟି ପ୍ରକାଶ୍ଵ ସଂଖ୍ୟାର ଏହି ବିରାଟ ହରଣକୁ ଆମେ ବୀଜଗଣିତକ ଭାଷାରେ ପକାଇଦେବା ।

ସାଧାରଣ ଭାଷା

ବୀଜଗାଣିତିକ ଭାଷା

ବତିଶ କୋଟି କୋଟି କୋଟି କୋଟି କୋଟି

$$32 \times 10^7 \times 10^7 \times 10^7 \times 10^7 \times 10^7$$

$$\Rightarrow 32 \times 10^{7+7+7+7}$$

$$\Rightarrow 32 \times 10^{35}$$

$$\text{ଆଠ ଲକ୍ଷ କୋଟି କୋଟି କୋଟି କୋଟି } 8 \times 10^5 \times 10^7 \times 10^7 \times 10^7 \\ \times 10^7$$

$$\Rightarrow 8 \times 10^{5+7+7+7+7}$$

$$\Rightarrow 8 \times 10^{33}$$

ପ୍ରଥମଟିକୁ ଭାଜ୍ୟ ନେଇ ଦ୍ଵିତୀୟଟି ଦ୍ଵାରା ହରଣ କଲେ ଭାଗଫଳ

$$\frac{32 \times 10^{35}}{8 \times 10^{33}}$$

$$\Rightarrow \frac{32}{8} \times \frac{10^{35}}{10^{33}}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{35-33}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^2$$

$$\Rightarrow 400 \text{ ଭାଗଫଳ}$$

୨୪. ନାଚ ଦଳ

ପୁଅଝିଅ ମିଶି 20 ଜଣ ନାଚ କରୁଥିଲେ । ପୁଅ କେତେ , ଝିଅ କେତେ ଜଣା ନାହିଁ । ମାତ୍ର ଥରକେ ଗୋଟିଏ ଝିଅ ଗୋଟିଏ ପୁଅ ସଂଜ୍ଞେ ମିଶି ନାଚୁଥିଲା । ରମା ସାତଜଣଙ୍କ ସହମିଶି ନାଚିଛି, ଉମା ଆଠଜଣଙ୍କ ସହ, ଶ୍ୟାମା ନଅଜଣଙ୍କ ସହ ଓ ଏଇ ହାରରେ ସାମା ସମସ୍ତ ପୁଅଙ୍କ ସହ ନାଚିଛି । ଦଳରେ କେତେ ଜଣ ପୁଅପିଲା ଥିଲେ ?

ଏହାକୁ ଏବେ ବୀଜଗଣିତର ଭାଷାରେ ପକାଇବା ।

ମନେକର ଝିଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଥିଲା x

ପ୍ରଥମେ ରମା ସଙ୍ଗେ ନାଚିଥିବା ପୁଅ ସଂଖ୍ୟା ସାତ ବା $6 + 1$

ଦ୍ୱିତୀୟରେ ଉମା ସଙ୍ଗେ ନାଚିଥିବା ପୁଅ ସଂଖ୍ୟା $6 + 2$

ତୃତୀୟରେ ଉମା ସଙ୍ଗେ ନାଚିଥିବା ପୁଅ ସଂଖ୍ୟା $6 + 3$

ଏହି କ୍ରମରେ x ତମ ଝିଅ ସାମା ସଙ୍ଗେ ନାଚିଥିବା ପୁଅ ସଂଖ୍ୟା $6 + x$

ଦଳରେ ଝିଅ ସଂଖ୍ୟା = x ଏବଂ ପୁଅ ସଂଖ୍ୟା $6 + x$

ପୁଅ ଝିଅ ମିଶି $(6 + x) + (x) = 20$

$$\Rightarrow 2x + 6 = 20$$

$$\Rightarrow 2x = 14$$

$$\Rightarrow x = 7$$

$$\Rightarrow x = 7 \text{ ----- ଝିଅ ସଂଖ୍ୟା}$$

$$\Rightarrow 6 + x = 13 \text{ -- ପୁଅ ସଂଖ୍ୟା}$$

୨୫. ମଧୁର ଜୀବନ

ମଧୁ ତାର ଜୀବନର ଏକ ବିଶିଷ୍ଟ ବାଲ୍ୟଶେଳରେ, ଏକ ପଞ୍ଚମାଂଶ ପାଠପଢ଼ାରେ କଟାଇଲା । ପାଠ ଶେଷରେ ଏକ ଅଷ୍ଟମାଂଶ ରାଧାସଙ୍ଗେ ପ୍ରେମଲୀଳାରେ କଟାଇ ବାହାହେଲା ଏବଂ ଏକ ବିଶିଷ୍ଟ ମଧୁଚନ୍ଦ୍ରିକା ପାଇଁ କାଶ୍ମୀର ଚାଲିଗଲା । ଫେରିବାର ଦୁଇବର୍ଷ ପରେ ମଧୁ ଓ ରାଧାଙ୍କର ଏକ ପୁଅ ହେଲା । ଜୀବନର ଅଧାବୟସ ପିତୃତ୍ୱ ପରେ ମଧୁ ପୁତ୍ରହରା ହୋଇ ଚାରିବର୍ଷ ପରେ ମରିଗଲା । ମଧୁ ମଲାବେଳକୁ ତାକୁ କେତେ ବୟସ ହୋଇଥିଲା ?

ଏହାକୁ କେବଳ ବୀଜଗଣିତରେ ହିଁ ସମାଧାନ କରିବା ।

ପ୍ରଶ୍ନର ସାହିତ୍ୟିକ ଭାଷା ଓ ବୀଜଗଣିତର ଭାଷା	
ମଧୁର ବୟସ କେତେ ?	x ବର୍ଷ ମନେକର
ଏକ ବିଂଶାଂଶ ବାଲ୍ୟଖେଳ	$\frac{x}{20}$ ବର୍ଷ
ଏକ ପଞ୍ଚମାଂଶ ପାଠପଢ଼ା	$\frac{x}{5}$ ବର୍ଷ
ଏକ ଅଷ୍ଟମାଂଶ ପ୍ରେମଲୀଳା	$\frac{x}{8}$ ବର୍ଷ
ଏକ ବିଂଶାଂଶ କାଶ୍ମୀରରେ	$\frac{x}{20}$ ବର୍ଷ
ଦୁଇବର୍ଷପରେ ପୁଅ	2 ବର୍ଷ
ଜୀବନର ଅଧାବୟସ	$\frac{x}{2}$ ବର୍ଷ ପିତୃତ୍ୱ
ଚାରିବର୍ଷ ପରେ ପରଲୋକ	4 ବର୍ଷ

ଏବେ ଆମର ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସମୀକରଣଟି ହେଲା :

$$x = \frac{x}{20} + \frac{x}{5} + \frac{x}{8} + \frac{x}{20} + 2 + \frac{x}{2} + 4$$

$$\Rightarrow x = 80$$

ମଧୁର ବୟସ 80 ବର୍ଷ ହୋଇଥିଲା ।

ମଧୁ 4 ବର୍ଷ ବୟସରେ ପାଠ ଆରମ୍ଭ କରି 20 ବର୍ଷ ବୟସରେ ପାଠ

ଛାଡ଼ିଥିଲା, 30 ବର୍ଷ ବୟସରେ ବିବାହ କରି 36 ବର୍ଷ ବୟସରେ ବାପ ହୋଇଥିଲା; 76 ବର୍ଷ ବୟସରେ ପୁତ୍ରହରା ହୋଇ 80 ବର୍ଷ ବୟସରେ ମରିଗଲା ।

୨୭. ବସ ଓ ପଥଚାରୀ

କଟକ-ଭୁବନେଶ୍ୱର ଦୋହରା ରାସ୍ତାରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟାନ୍ତରରେ ବସମାନ ଯଥାକ୍ରମେ ଯାଉଥାଏ ଏବଂ ଫେରୁଥାଏ । ବାଟରେ ବସ କେଉଁଠି ରହେନାହିଁ । ରାସ୍ତାକଡ଼ରେ ଭୁବନେଶ୍ୱର ଦିଗରେ ମୁଁ କିଛିବାଟ ଚାଲି ଚାଲି ଗଲାବେଳେ ଦେଖିଲି ଯେ ମୋ ପଛରୁ ଆସୁଥିବା ବସମାନ ମୋତେ ପ୍ରତି 12 ମିନିଟ୍ରେ ଅତିକ୍ରମ କଲାବେଳେ, ମୋ ସାମନାରୁ ଆସୁଥିବା ବସମାନ 4 ମିନିଟ୍ ଅନ୍ତରରେ ମୋତେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଛି । ଏକ ଦିଗରେ ଦୁଇଟି ବସ ଛାଡ଼ିବାର ସମୟାନ୍ତର ଧିର କର ।

ମନେକର ଏହି ସମୟାନ୍ତର x ମିନିଟ୍ । ମୋ ପଛରୁ ଆସୁଥିବା ବସମାନ ଲାଲ ଓ ସାମନାରୁ ଆସୁଥିବା ବସମାନ ସବୁଜ ରଙ୍ଗର ଅଟେ ।

ମୁଁ 12 ମିନିଟ୍ରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ପଥକୁ ମୋ ପଛରୁ ଆସୁଥିବା ବସ (12- x) ମିନିଟ୍ରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଛି । ମୋର ଏକ ମିନିଟ୍ରେ ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ପଥ ଲାଲ ବସରେ $\frac{12-x}{12}$ ମିନିଟ୍ରେ ପଥ ଅଟେ । ଦ୍ୱିତୀୟତଃ ମୋର ସାମନାରୁ ଆସୁଥିବା ବସ ମୋତେ 4 ମିନିଟ୍ରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ମୁଁ ମିନିଟ୍ରେ ଯାଉଥିବା ପଥ ସବୁଜ ବସଟି $x - 4$ ମିନିଟ୍ରେ ଅତିକ୍ରମ କରେ । ମୋର ଏକ ମିନିଟ୍ରେ ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ପଥ ସବୁଜ ବସର $\frac{x-4}{4}$ ମିନିଟ୍ରେ ପଥ ଅଟେ । ମୁଁ ତ ସମଗତିରେ ଚାଲୁଛି ।

$$\text{ମୋର 1 ମିନିଟ୍} = \text{ଲାଲ ବସ ପାଇଁ } \frac{12-x}{12} \text{ ମିନିଟ୍ ।}$$

ମୋର 1 ମିନିଟ୍ = ସବୁଜ ବସ ପାଇଁ $\frac{x-4}{4}$ ମିନିଟ୍ ।

$$\begin{aligned}\text{ସମୀକରଣଟି ହେଲା} \quad \frac{12 \cdot x}{12} &= \frac{x-4}{4} \\ \Rightarrow \frac{12-x}{3} &= x-4 \\ \Rightarrow 12-x &= 3x-12 \\ \Rightarrow 4x &= 24 \\ \text{ବା } x &= 6\end{aligned}$$

ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ବସ୍ ଛଡ଼ିବାର 6 ମିନିଟ୍ ଅନ୍ତରରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବସ୍ ଛାଡ଼ିଥାଏ ।

୨୭. ତିନୋଟି ସ୍କୁଟର

ତିନିଜଣ ବନ୍ଧୁ ନିଜ ନିଜର ସ୍କୁଟର ଧରି ଏକ ସମୟରେ କଟକରୁ ପୁରୀ ଯାତ୍ରା କଲେ । ଦ୍ଵିତୀୟ ସ୍କୁଟରଟି ପ୍ରଥମଟି ଅପେକ୍ଷା ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି 15 କି.ମି. ଧୀର ଗତିରେ ଓ ତୃତୀୟଟି ଅପେକ୍ଷା 3 କି.ମି. ଅଧିକ ବେଗରେ ଯାଉଥିଲା । ଏହି ସ୍କୁଟରଟି ପ୍ରଥମଟିର 12 ମିନିଟ୍ ପରେ ଏବଂ ତୃତୀୟଟିର 3 ମିନିଟ୍ ପୂର୍ବରୁ ପୁରୀରେ ପହଞ୍ଚିଲା ।

କଟକ-ପୁରୀ ଦୂରତା, ପ୍ରତି ସ୍କୁଟରର ବେଗ ଏବଂ ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ସମୟ ଛିନ୍ନ କର ।

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଟିରେ ସାତଟି ଅଜଣା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ । ତେବେ ବୀଜଗଣିତର ସାହାଯ୍ୟରେ ଏହାର ସମାଧାନ ଜଟିଳ ହେବନାହିଁ ବୋଲି

ଆଶା । ସର୍ବଦା ମନେ ରଖିବାକୁ ହେବ ଯେ ତିନିଜଣଯାକ ସାଙ୍ଗ, ମାତ୍ର ସେମାନେ ସାଙ୍ଗ ହୋଇ ଯାଇ ନଥିଲେ ।

ମନେକର : କଟକ-ପୁରୀ ଦୂରତା = x କିଲୋମିଟର

ଦ୍ଵିତୀୟ ସ୍କୁଟରଟିର ବେଗ ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି x କିଲୋମିଟର

ପ୍ରଥମ ସ୍କୁଟରଟିର ବେଗ ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି $x + 5$ କିଲୋମିଟର

ତୃତୀୟ ସ୍କୁଟରଟିର ବେଗ ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି $x - 3$ କିଲୋମିଟର

ପ୍ରଥମ ସ୍କୁଟର y କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରେ $\frac{4}{x + 15}$ ଘଣ୍ଟାରେ

ଦ୍ଵିତୀୟ ସ୍କୁଟର y କି.ମି. ଦୂରତା ଯାଏ $\frac{y}{x}$ ଘଣ୍ଟାରେ

ତୃତୀୟ ସ୍କୁଟର y କି.ମି. ଦୂରତା ଯାଏ $\frac{y}{x - 3}$ ଘଣ୍ଟାରେ

ମୋଟ ପଥ ଅତିକ୍ରାନ୍ତ କରିବାରେ ଦ୍ଵିତୀୟଟି ପ୍ରଥମ ଅପେକ୍ଷା ଅଧିକ

12 ମିନିଟ ବା $\frac{1}{5}$ ଘଣ୍ଟା ନେଇଥାଏ ।

$$\therefore \frac{y}{x} - \frac{y}{x + 15} = \frac{1}{5}$$

$$\text{ବା } y \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 15} \right) = \frac{1}{5} \dots (a)$$

ସେଇଭଳି ତୃତୀୟଟି ଦ୍ଵିତୀୟ ତୁଳନାରେ 3 ମିନିଟ ବା $\frac{1}{20}$ ଘ. ଅଧିକ

ନିଏ ।

$$\frac{y}{x \cdot 3} \cdot \frac{y}{x} = \frac{1}{20}$$

$$\text{ବା } y \left(\frac{1}{x \cdot 3} \cdot \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{20} \dots (b)$$

a ଏବଂ b ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ସମୀକରଣରୁ ମିଳେ :

$$\frac{1}{5} \left\{ \frac{x(x+15)}{15} \right\} = \frac{1}{20} \left\{ \frac{x(x \cdot 3)}{3} \right\}$$

[\therefore ପ୍ରତ୍ୟେକ y ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।]

$$\text{ବା } 3x - 225 = 0 \text{ ବା } x = 75$$

\therefore ସ୍ତର ତିନୋଟିର ଘଷାପ୍ରତି ବେଗ ଯଥାକ୍ରମେ (75+15), 75, (75-3) କି.ମି.

$$y = \frac{1}{20} \left\{ \frac{x(x \cdot 3)}{3} \right\}$$

$$= \frac{1}{20} \times \frac{75 \times 72}{3} = 90$$

କଟକ-ପୁରୀ ଦୂରତା 90 କି.ମି. ଅଟେ ।

ସ୍ତର ତ୍ରୟ ଏହି ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ସମୟ ନିଏ, ଯଥାକ୍ରମେ 1 ଘ, 1 ଘ 12 ମି, 1 ଘ 15 ମି.

୨୮. ପାଟାଗଣିତ ବନାମ ବୀଜଗଣିତ

୨୨୮୨ ର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ପାଟାଗଣିତରେ ୨୨୮୨ କୁ ୨୨୮୨ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ । ଏହା ବହୁ ସମୟ ସାପେକ୍ଷ । ୨୨୮୨ କୁ ୨୨୮୨ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା ଅପେକ୍ଷା ବୀଜଗଣିତ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $9989 + 11 = 10,000$ ବା 10^4

$$\begin{aligned} 9989 \times 9989 &= (9989+11) \times (9989-11) + (11)^2 \\ &= 10^4 \times 9978 + 121 \\ &= 99780000 + 121 = 99780121 \end{aligned}$$

ଏଠାରେ 9989 କୁ a ଏବଂ 11 କୁ b ଧରିବାରୁ ହେଲା :

$$(a + b)(a - b) + b^2 = a^2$$

a^2 ରୁ ଆମେ 9989 ର ବର୍ଗ ପାଇଗଲୁ ।

ଆମେ 10 ବା 50 ର ଗୁଣିତକ ନେଲେ କାମ ଖଟେ ।

$$\text{ଯେପରିକି } 27 \text{ ର ବର୍ଗ } = (27+3)(27-3) + 3^2 = 729$$

$$63 \text{ ର ବର୍ଗ } = (63+3)(63-3) + 3^2 = 3969$$

$$48 \text{ ର ବର୍ଗ } = (48+2)(48-2) + 2^2 = 2304$$

$$96 \text{ ର ବର୍ଗ } = (96+4)(96-4) + 4^2 = 9216$$

ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘରେ 5 ଥିଲେ ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସହଜ ହୋଇଥାଏ ।

5 ଟି ବାଦ୍ ଦେଇ ଅବଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସଙ୍ଗେ 1 ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣିଦିଅ-
ଓ ଗୁଣଫଳ ତାହାଣରେ 25 ଲେଖିଦେଲେ ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ମିଳିଯାଏ,
ଯଥା : 75^2 , 5 ବାଦ୍ ଦେଇ ସଂଖ୍ୟା 7 ସହ 1 ଅଧିକ ଅର୍ଥାତ୍ 8 ସହ
ଗୁଣିଦିଅ ।

$$7 \times 8 = 56$$

$$\therefore 75 \text{ ର ବର୍ଗ } = 5625$$

$$95^2; \quad 9 \times 10 = 90$$

$$\therefore 95^2 = 9025$$

$$1005^2; 100 \times 101 = 10100 \quad \therefore 1005^2 = 1010025$$

$$35^2; 3 \times 4 = 12$$

$$\therefore 35^2 = 1225$$

ଯଦି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁଟିଏ ଥାଏ :

$$3.5^2; 3 \times 4 = 12 \quad \therefore (3.5)^2 = 12.25$$

$$7.5^2; 7 \times 8 = 56 \quad \therefore (7.5)^2 = 56.25$$

୨୯. ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବର୍ଗର ଏକକ ଘର ଦ୍ଵୟର ସମ୍ପର୍କ ।

ପ୍ରତି ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘରେ ହୁଏତ ଏକ ରାଶି 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ବା 9 ଥାଏ । ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପରେ ଚୂଡ଼ନ ସଂଖ୍ୟାଟି ଏକକ ଘରେ କି ରାଶି ମିଳୁଛି ଦେଖିବା ।

ମୂଳସଂଖ୍ୟା		ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ		
1	0	1	0	0
1	1	1	2	1
1	2	1	4	4
1	3	1	6	9
1	4	1	9	6
1	5	2	2	5
1	6	2	5	6
1	7	2	8	9
1	8	3	2	4
1	9	3	6	1
2	0	4	0	0

ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗର ଏକକ ଘରେ 2, 3, 7, ବା 8 ନଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘରେ 2, 3, 7, ବା 8 ଥିଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି କେବେହେଁ ଏକ ବର୍ଗ ନୁହେଁ ।

ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘରେ 1 ବା 9 ଥିଲେ ବର୍ଗର ଏକକ ଘରେ 1 ଆସେ ।

ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘରେ 2 ବା 8 ଥିଲେ ବର୍ଗର ଏକକ ଘରେ 4 ଆସେ ।

ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘରେ 3 ବା 7 ଥିଲେ ବର୍ଗର ଏକକ ଘରେ 9 ଆସେ ।

ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘରେ 4 ବା 6 ଥିଲେ ବର୍ଗର ଏକକ ଘରେ 6 ଆସେ ।

ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘରେ 0 ବା 5 ଥିଲେ ବର୍ଗର ଏକକ ଘରେ ଯଥାକ୍ରମେ 0 ଓ 5 ଆସିଥାଏ ।

୩୦. ହୃତନ ପ୍ରହେଳିକା ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ମନେ କରିବା ନାହିଁ ଯେ 1 ସାଙ୍ଗକୁ 9 ବା ଚାରି ସାଙ୍ଗକୁ 6 ଅବା 0 ସାଙ୍ଗକୁ 5 ସର୍ବଦା ସହଗାମୀ । କାରଣ 1, 5 ଏବଂ 6 ର ଆଉ କିଛି ବିଶେଷତ୍ୱ ଅଛି । କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷରେ ଅର୍ଥାତ୍ ଏକକ ଘରେ ଯଦି 1, 5 ବା 6 ଥାଏ, ଏହି ସଂଖ୍ୟାର, ବର୍ଗ, ଘନ ବା ଯେତେ ପାଞ୍ଚାର ଥାଇ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳର ଶେଷରେ ଯଥାକ୍ରମେ ନିଶ୍ଚୟ ସେହି 1, 5 ଓ 6 ଆସିବ; ଯଥା :

$(381)^{25}$ ସଂଖ୍ୟାଟିର ଶେଷରେ 1 ଅଛି ।

$(275)^{27}$ ସଂଖ୍ୟାଟିର ଶେଷରେ 5 ଅଛି ।

(586)⁶⁸⁵ ସଂଖ୍ୟାଟିର ଶେଷରେ 6 ଅଛି ।

ଏଇଭଳି କଞ୍ଚୁକ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘଟେ ନାହିଁ ।

୩୧. ଆଉ ଏକ ପ୍ରହେଳିକା ।

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷ ଦୁଇଅଙ୍କ 25 ହୋଇଥିଲେ, ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ, ଘନ ବା ଯେତେ ଥର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ଗୁଣଫଳଟିର ଶେଷ ଅଙ୍କଦ୍ୱୟ ନିଶ୍ଚୟ 25 ଆସିବ । ସେଇଭଳି 25 ଘରିବର୍ତ୍ତେ 76 ନେଇ ବୃହତ ସଂଖ୍ୟାଟି ବାରମ୍ବାର ଗୁଣ । ଗୁଣଫଳର ଶେଷରେ 76 ହିଁ ବିରାଜମାନ କରିବ ।

$$25^2 = 625 ; \quad 25^3 = 15625 ;$$

$$76^2 = 5776 ; \quad 76^3 = 438976$$

25 ଏବଂ 76 ର ଅଧିକ ପାଞ୍ଜାର ନେଇ ଗୁଣନ କରି ପରୀକ୍ଷା କର ।

୩୨. ଆହୁରି ମଜା

376 ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଏହାକୁ ଯେତେଥର ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ଶେଷ ତିନିଅଙ୍କରେ 376 ଆସିଥାଏ । ସେଇଭଳି 625 ମଧ୍ୟ । ଅର୍ଥାତ୍ ଯେତେବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହେଉନା କାହିଁକି ଯଦି ତାହାର ଶେଷ ତିନିଅଙ୍କ 376 ବା 625 ଦେଖାଉଥାଏ, ଏହି ବଡ଼ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ, ଘନ ବା ଅଧିକ ପାଞ୍ଜାରର ଗୁଣଫଳର ଶେଷ ତିନିଅଙ୍କରେ ଯଥାକ୍ରମେ 376 ଓ 625 ଆସିବ ହିଁ ଆସିବ ।

ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷରେ 1, 5, 6, 25, 76, 376, 625 ଭଳି ଏକଅଙ୍କ, ଦ୍ଵିଅଙ୍କ, ତିନିଅଙ୍କ ଥିଲେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣିତକରେ କି ବୈଚିତ୍ର୍ୟ ଘଟେ ଆମେ ଜାଣିଲେ । ଏଇଭଳି ଚାରିଅଙ୍କ ଥିବା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣିତକରେ ଘଟେ କି ? ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷ ଚାରିଅଙ୍କ 9376 ବା 0625 ଥିଲେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ, ଘନ ଆଦି ଗୁଣିତକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଦେଖତ; ଗୁଣଫଳର ଶେଷରେ ଯଥାକ୍ରମେ 9376 ଓ 0625 ଆସୁଛି କି ନା ?

୩୩. ବିଷମ ସମସ୍ୟା ।

ତିନୋଟି ପିଲା ରାସ୍ତାରେ ଗଲାବେଳେ ଦେଖିଲେ ଗୋଟିଏ ମଟର ଗାଡ଼ି ଦୁର୍ଘଟଣାଟିଏ ଘଟାଇ ହଠାତ୍ ଉଭାନ୍ ହୋଇଗଲା । ପିଲାମାନେ ଗାଡ଼ିଟିର ନମ୍ବର ପ୍ଲେଟ୍‌ରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ପଢ଼ି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ମନେ ରଖି ପାରିଲେ ନାହିଁ । ପୋଲିସ ଆସି ପଚାରିବାରୁ ପ୍ରଥମ ପିଲାଟି କହିଲା ଯେ ତା'ର ମନେ ହେଉଛି ଚାରିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଟିର ବାମ ଅଙ୍କ ଦ୍ଵୟ ସମାନ ଥିଲା । ଦ୍ଵିତୀୟ ପିଲା କହିଲା ଯେ ତାହାଣ ଅଙ୍କ ଦ୍ଵୟ ସମାନ ଥିଲା ମାତ୍ର ବାମ ଦ୍ଵୟ ଠାରୁ ଭିନ୍ନ ଥିଲା । ଶେଷ ପିଲାଟି କହିଲା ଯେ ତା'ର ମନେ ହେଉଛି ଯେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାଟି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ଥିଲା । ଏଥିରୁ କି ନମ୍ବର ପ୍ଲେଟ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ ?

ଯେହେତୁ ସଂଖ୍ୟାଟିର ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ ଦ୍ଵୟ ସମାନ ଓ ଶେଷ ଅଙ୍କ ଦ୍ଵୟ ସମାନ ଥିବାରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ ସଂଖ୍ୟାଟି ନିଧାର୍ଯ୍ୟ ଭାବେ 11 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ପ୍ରଥମ ଯୋଡ଼ିର ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ଏବଂ ଦ୍ଵିତୀୟ ଯୋଡ଼ିର ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 11 ହେଉଥିବ । ପୁନଶ୍ଚ ସଂଖ୍ୟାଟି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ହୋଇଥିବାରୁ ଏହାର

ଶେଷଅଙ୍କଟି କେବେହେଁ 2, 3, 7 ବା 8 ହୋଇ ନଥୁବ ।

ଏଭଳି ସଂଖ୍ୟା ବାଛିବାରେ ଆମ ଆଗରେ ମାତ୍ର ଚାରିଗୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମନକୁ ଆସେ । ତାହା ହେଲା : 2299, 5566, 6655 ଏବଂ 7744

$2299 = 11 \times 11 \times 19$ ତେଣୁ ଏହା ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ନୁହେଁ ।

$5566 =$ ଏହାର ଶେଷ ଦୁଇଅଙ୍କ 66 ସଂଖ୍ୟାଟି 4 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନହେବାରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ନୁହେଁ ।

$6655 =$ ଏହାର ଶେଷ ଦୁଇଅଙ୍କ 55 ସଂଖ୍ୟାଟି 25 ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନହେବାରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ନୁହେଁ ।

$7744 = (88)^2$; ତେଣୁ ମଟରଗାଡ଼ି ନମ୍ବର ପ୍ଲେଟ୍‌ରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି 7744 ଅଟେ ।

୩୪. ହ୍ୟାଣ୍ଡସେକ୍ ଗଣନା ।

କେତେକ ସାଙ୍ଗ ବହୁତ ଦିନପରେ କ୍ଲବ୍ ଘରେ ଏକତ୍ର ହୋଇଥିଲେ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅନ୍ୟ ସହିତ ହ୍ୟାଣ୍ଡସେକ୍ କରିବାରୁ ମୋଟ ହ୍ୟାଣ୍ଡସେକ୍ ସଂଖ୍ୟା 66 ହେଲା । ମୋଟ କେତେଜଣ ସେଠାରେ ଉପସ୍ଥିତ ଥିଲେ ?

ମନେ x ଜଣ ଉପସ୍ଥିତ ଥିଲେ । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ $(x - 1)$ ଲୋକଙ୍କ ସହ ହ୍ୟାଣ୍ଡସେକ୍ କରିଛନ୍ତି । ତାହାହେଲେ ହିସାବରେ ମୋଟ ହ୍ୟାଣ୍ଡସେକ୍ ସଂଖ୍ୟା $x(x - 1)$ ହେବା କଥା । । ମାତ୍ର ଏଠାରେ ଖୁଆଲରେ ରଖିବାକୁ

ହେବ ଯେ ରାମ ଶ୍ୟାମ ସଙ୍ଗେ ହ୍ୟାଣ୍ଡସେକ୍ କଲାବେଳେ ତାହାଶ୍ୟାମର ରାମ ସଙ୍ଗେ ହ୍ୟାଣ୍ଡସେକ୍ ଭାବେ ବି ଗୃହୀତ ହେଉଛି । ତେଣୁ ବୀଜଗଣିତକ ହିସାବରେ ମୋଟ ହ୍ୟାଣ୍ଡସେକ୍ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ।

$$\frac{x(x-1)}{2} \text{ ଯାହାକି } 66 \text{ ସଂଜ୍ଞେ ସମାନ ।}$$

$$\frac{x(x-1)}{2} = 66$$

$$\text{ବା } x^2 - x = 132$$

$$\text{ବା } x^2 - x - 132 = 0$$

$$\text{ବା } x = \frac{1 \pm \sqrt{1+528}}{2}$$

$$\text{ବା } = 12 \text{ ଏବଂ } -11$$

ରଶ ମୂଲ୍ୟ -11 ର ଏଠାରେ ଯଥାର୍ଥତା ନାହିଁ ତେଣୁ ଦ୍ଵିତୀୟ ମୂଲ୍ୟ ଗ୍ରହଣୀୟ ନୁହେଁ । ତେଣୁ ମୋଟ 12 ଜଣ ଲୋକ କୁବନ୍ଦରେ ଉପସ୍ଥିତ ଥିଲେ ।

୩୫. ଦ୍ଵିତୀୟ ମୂଲ୍ୟ ଗ୍ରହଣୀୟ ।

ଏକ ମାଙ୍କଡ଼ ପଲ ବସିଥିଲେ । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଏକ ଅଷ୍ଟମାଂଶର ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟକ ମାଙ୍କଡ଼ ନୀରବରେ ବସି ପରସ୍ପରର ଉକୁଣୀ ବାନ୍ଧୁଥିଲେ । ଆଉ 12 ଟି ମାଙ୍କଡ଼ ଏତାଳରୁ ସେ ତାଳକୁ ଡେଇଁ ଚିଲାଉ ଥିଲେ । ମୋଟ ମାଙ୍କଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଛିର କର ।

$$\text{ମନେକର ମୋଟ ମାଙ୍କଡ଼ ସଂଖ୍ୟା } = x \text{ ଏବଂ } \left(\frac{x}{8}\right)^2 \text{ ସଂଖ୍ୟକ}$$

ମାଙ୍କଡ଼ ଉକୁଣୀ ବାଛୁଥିଲେ ।

$$\therefore \left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

$$\text{ବା } \frac{x^2}{64} + 12 = x$$

$$\text{ବା } x + 768 = 64x \text{ ବା } x^2 - 64x + 768 = 0$$

$$\text{ବା } (x - 48)(x - 16) = 0$$

$$\therefore x = 48 \text{ ବା } 16$$

ଏଠାରେ ମାଙ୍କଡ଼ ସଂଖ୍ୟା 48 ବା 16 ଯେଉଁଟି ନେଲେ ବି ଠିକ୍ ହେବ ।
ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖନା ।

୩୭. ପିଆଗୋରାସଙ୍କ ଠାରୁ ଭିନ୍ନ ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ $8^2 + 6^2 = 10^2$; $12^2 + 5^2 = 13^2$ ଅଟେ ।
ଏଗୁଡ଼ିକ ସବୁ ଜ୍ୟାମିତିର ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ପର୍କୀୟ ସୂତ୍ର : ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର
ବର୍ଗର ସମଷ୍ଟି ତୃତୀୟର ବର୍ଗ ସଙ୍ଗେ ସମାନ । ମାତ୍ର ଏହି ଭିନ୍ନ ଅଙ୍କଟି ହେଲା
ପାଞ୍ଚଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ତିନୋଟିର ବର୍ଗ ସମଷ୍ଟି; ଶେଷ ଦୁଇଟିର
ବର୍ଗର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

ମନେକର ପାଞ୍ଚଟିରୁ ମଝି ସଂଖ୍ୟାଟି x ଅଟେ ।

ତେବେ ସଂଖ୍ୟାମାନ ହେଲା : $x-2$, $x-1$, x , $x+1$, $x+2$

$$\text{ପ୍ରଶ୍ନ ଅନୁସାରେ } (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2$$

$$= (x+1)^2 + (x+2)^2$$

$$\text{ବା } (x^2 - 4x + 4) + (x^2 - 2x + 1) + x^2$$

$$= (x+2x+1) + (x^2+4x+4)$$

$$\text{ବା } 3x^2 - 6x + 5 = 2x^2 + 6x + 5$$

$$\text{ବା } x^2 - 12x = 0 \text{ ବା } x(x - 12) = 0$$

$$\text{ବା } x = 12 \text{ ବା } 0$$

$$\text{ଯଦି } x = 12 \text{ ମୂଲ୍ୟକୁ ନେବା,}$$

$$\text{ତେବେ : } 10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

$$\text{ଯଦି } x = 0 \text{ ମୂଲ୍ୟକୁ ନେବା,}$$

$$\text{ତେବେ : } (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 = (1)^2 + (2)^2$$

ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିଲ, ଅଙ୍କ ଠିକ ଅଛି ତ !

୩୭ ସର୍ବନିମ୍ନ ତାରବାଡ଼ ଖର୍ଚ୍ଚ

100 ବର୍ଗମିଟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଆୟତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଚାରିକ୍ରଡ଼େ ତାରବାଡ଼ ଦେବାକୁ ହେବ । ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ କେତେ ହେଲେ ଖର୍ଚ୍ଚ କମ ହେବ ?

ମନେକର କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ମିଟର, ପ୍ରସ୍ଥ y ମିଟର, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $xy = 100$ କି.ମି.

ଏଠାରେ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଛି ଯାହାକି 100 ; ମାତ୍ର କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା $2x + 2y$ କାଢ଼ିବାକୁ ହେବ ।

$$\text{ଯଦି } x = 50, y = 2 \quad \text{ତେବେ } 2x + 2y = 104$$

$$\text{ଯଦି } x = 40, y = 2.5 \quad \text{ତେବେ } 2x + 2y = 85$$

$$\text{ଯଦି } x = 25, y = 4 \quad \text{ତେବେ } 2x + 2y = 58$$

$$\text{ଯଦି } x = 20, y = 5 \quad \text{ତେବେ } 2x + 2y = 50$$

$$\text{ଯଦି } x = 10, y = 10 \quad \text{ତେବେ } 2x + 2y = 40$$

ତାହାହେଲେ ଜଣାଗଲା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଦି ସମାନ ହୋଇଯାଏ ଅର୍ଥାତ୍ କ୍ଷେତ୍ରଟି ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ହେଲେ ପରିସୀମା କମ ହେବ ଏବଂ ତାରବଡ଼ ଦେବା ଖର୍ଚ୍ଚ ବି କମ୍ ହେବ ।

୩୮. ପାଞ୍ଚ ଭାଇଙ୍କର ସେଓ ବଣ୍ଟା ।

600 ଟି ସେଓ ପାଞ୍ଚ ଭାଇ ଆପୋଷରେ ବାଣ୍ଟିନେଲେ । କନିଷ୍ଠ (ପଞ୍ଚମ) ଭାଇ ଠାରୁ ଚତୁର୍ଥ ଭାଇ ଯେତିକି ଅଧିକ ପାଇଲା, ତୃତୀୟ ଚତୁର୍ଥଠାରୁ ସେତିକି ଅଧିକ, ଦ୍ଵିତୀୟ ତୃତୀୟ ଠାରୁ ସେତିକି ଅଧିକ ଏବଂ ଜ୍ୟେଷ୍ଠ ଭାଇ ଦ୍ଵିତୀୟ ଠାରୁ ସେତିକି ଅଧିକ ପାଇଲା । ସାନ ଦୁଇଭାଇଙ୍କର ସେଓ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଅନ୍ୟ ତିନିଭାଇଙ୍କର ସେଓ, ସମଷ୍ଟିର ଏକ ସପ୍ତମାଂଶ ଅଟେ ।

ମନେକର ଜଣେ ଭାଇଠାରୁ ତା'ର ନିକଟତମ ବଡ଼ଭାଇ y ଟି ସେଓ

ଅଧିକ ପାଇଛି ଓ ସର୍ବ କନିଷ୍ଠ ଭାଇଟି x ଟି ସେଓ ପାଇଛି ।

ତେବେ କନିଷ୍ଠ ଭାଇ ପାଇଛି x

ଚତୁର୍ଥ ଭାଇ ପାଇଛି $x + y$

ତୃତୀୟ ଭାଇ ପାଇଛି $x + 2y$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଇ ପାଇଛି $x + 3y$

ପ୍ରଥମ ଭାଇ ପାଇଛି $x + 4y$

$$\begin{aligned}
 &\text{ତାହାହେଲେ } x + (x + y) + (x + 2y) + (x + 3y) + \\
 &(x + 4y) = 600
 \end{aligned}$$

$$\text{ବା } 5x + 10y = 600 \quad \text{ବା } x + 2y = 120 \dots\dots\dots(a)$$

$$\text{ଅନ୍ୟଦିଗରୁ } \{x + (x + y)\} \times 7$$

$$= (x + 2y) + (x + 3y) + (x + 4y)$$

$$\text{ବା } (2x + y) \times 7 = 3x + 9y$$

$$\text{ବା } 14x + 7y = 3x + 9y$$

$$\text{ବା } 11x = 2y \dots\dots\dots(b)$$

$$\text{ଏଥିରୁ ଜଣାପଡ଼େ } x = 10 \text{ ଏବଂ } y = 55$$

ଭାଇମାନେ ବଡ଼ରୁ ସାନକ୍ରମେ 230, 175, 120, 65 ଓ 10ଟି

ସେଓ ପାଇଛନ୍ତି ।

୩୯. ବିନ୍ଦୁ ବିନ୍ଦୁ ଜଳ ମହାସିନ୍ଧୁ ।

ଗୋଟିଏ ବଗିଚାରେ 16 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ 300 ଧାଡ଼ି ଗଛ ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ି ଅନ୍ତେଇମିଟର ଓସାର । ବଗିଚାର ଧାରରୁ , 14 ମିଟର ଦୂରରେ କୁଅଟିଏ ଅଛି । ଗୋଟିଏ ମାଳୀ ଦୈନିକ କୁଅରୁ ପାଣି କାଢ଼ି ଧାଡ଼ି ପରେ ଧାଡ଼ି ଗଛରେ ପାଣି ମଡ଼ାଇଥାଏ । ସମୁଦାୟ ପାଣି ମଡ଼ାଇବାକୁ ମାଳୀଟି କେତେ ପଥ ଚାଲିଥାଏ ?

ପ୍ରଥମ ଧାଡ଼ି ପାଇଁ ମାଳୀଟି ଚାଲେ
 $16 + 14 + 2.5 + 16 + 2.5 + 14 = 65$ ମିଟର

ଦ୍ୱିତୀୟ ଧାଡ଼ି ପାଇଁ ମିଟର ଲେଖାଏଁ ଦୁଇଥର ଅଧିକ ଚାଲିବ, ଅର୍ଥାତ୍
 ଦ୍ୱିତୀୟ ଧାଡ଼ିରେ ମାଳୀଟି ସର୍ବମୋଟ ଚାଲିଥାଏ :
 $14 + 2.5 + 16 + 2.5 + 16 + 2.5 + 2.5 + 14 = 70$ ମିଟର

ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡ଼ିରେ ଚାଲିବ ଆଉ ଅଧିକ 5 ମିଟର

30 ଟି ଧାଡ଼ିରେ ପାଣି ଦେବା ପାଇଁ ମାଳୀଟି ଚାଲେ:
 $65 \times 30 + 5 \{1+2+3+\dots+28+29\}$ ମି

$$= 1950 + \frac{5 \times 29(29+1)}{2} \text{ ମି}$$

$$= 1950 \text{ ମି} + 2175 \text{ ମି}$$

$$= 4125 \text{ ମିଟର}$$

ଅର୍ଥାତ୍ ମାଳୀଟି ବଗିଚାରେ ମାମୁଲି ପାଣି ଦେବା କାର୍ଯ୍ୟରେ ସର୍ବମୋଟ

$4\frac{1}{8}$ କିଲୋମିଟର ପଥ ଚାଲିଥାଏ ।

୪୦. ଅଭୂତ ପ୍ରଶ୍ନ

କିଛି ପିଲା ସ୍କୁଲ ବଗିଚାରେ ଏକ ଖାତ ଖୋଳିବାକୁ ନିଷ୍ପତ୍ତି କଲେ । ସମସ୍ତେ ଏକ ସମୟରେ କାମ କରିଥିଲେ 24 ଘଣ୍ଟାରେ କାମଟି ସରିଥାଆନ୍ତା । ମାତ୍ର ପ୍ରଥମେ ଜଣେ କାମ ଆରମ୍ଭ କଲା । ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟପରେ ଆଉ ଜଣେ ପ୍ରଥମଟି ସଙ୍ଗେ ଯୋଗଦେଲା । ସେହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟାନ୍ତରରେ ତୃତୀୟ, ତା' ପରେ ଚତୁର୍ଥ; ଏଇଭଳି ଜଣକ ପରେ ଜଣେ କାମରେ ଯୋଗଦେଲେ । ଶେଷରେ ଦେଖାଗଲା ଯେ ପ୍ରଥମ ପିଲାଟି ଶେଷ ପିଲାଟି କାମ କରିଥିବା ସମୟର 11 ଗୁଣ ସମୟ କାମ କରିଛି । ତେବେ ଶେଷ ପିଲାଟି କେତେ ଘଣ୍ଟା ଖଟିଛି ?

ମନେକର ଶେଷ ପିଲାଟି x ଘଣ୍ଟା ଖଟିଛି ଏବଂ ମୋଟ y ଜଣ ପିଲା ଖାତ ଖୋଳିଥିଲେ ।

ତେବେ ପ୍ରଥମ ପିଲାଟି ନିଶ୍ଚୟ $11x$ ଘଣ୍ଟା କାମ କରିଛି । ଯଦି କାମକୁ ମଣିଷ ୬ ଘଣ୍ଟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ତେବେ:

$$\therefore \text{ମୋଟ କାମ } \frac{(11x + x)y}{2} = 6xy.$$

ଅନ୍ୟ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଦେଖିଲେ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ 24 ଘଣ୍ଟାରେ y ସଂଖ୍ୟକ ପିଲା କାମ କରିଥାନ୍ତେ $24y$

$$\text{ତେଣୁ } 6xy = 24y$$

$$\text{ବା } 6x = 24 \text{ (ଯେହେତୁ } y \neq 0 \text{)}$$

$$\text{ବା } x = 4$$

ଅର୍ଥାତ୍ ଶେଷ ପିଲାଟି ମୋଟ ଚାରିଘଣ୍ଟା କାମ କରିଛି ।

ଯାହା ପଚାରାଯାଇଥିଲା, ଆମେ ପାଇଗଲୁ । ମାତ୍ର ପ୍ରଶ୍ନ ଉଠେ ଯେ କେତେ ପିଲା କାମ କରୁଥିଲେ ? ଆମେ ତ ଲେଖିସାରିଛୁ ତାହା ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ । ରଣାମୂଳ ନୁହେଁ, ଭଗ୍ନାଂଶ ତ କେତେ ହେଁ ନୁହେଁ । ଛାଡ଼ ସେକଥା ତ ପଚରାଯାଇନାହିଁ ।

୪୧. କଟା ସେଓ ବିକ୍ରୀ ?

ଜଣେ ଫଳ ଦୋକାନୀ ପାଖରେ କେବଳ କିଛି ସେଓ ବିକ୍ରୀପାଇଁ ଥିଲା । ସାଧାରଣତଃ ବଜାରରେ ସେଓ କଟା ହୋଇ ଫାଳେ ବିକ୍ରୀ ହୁଏ ନାହିଁ । ମାତ୍ର ଦୋକାନୀଟି ଜଣେ ଗରାଖକୁ ତା' ପାଖରେ ଥିବା ସେଓରୁ ଅର୍ଦ୍ଧ ସଂଖ୍ୟକ ଏବଂ ଆଉ ଫାଳେ ସେଓ ବିକିଲା । ସେଇଭଳି ଦ୍ଵିତୀୟ ଗରାଖକୁ ଅବଶିଷ୍ଟ ସେଓରୁ ଅଧେ ଓ ଆଉ ଫାଳେ ଦେଲା । ତୃତୀୟକୁ, ଚତୁର୍ଥକୁ, ପଞ୍ଚମକୁ, ଷଷ୍ଠକୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏଇଭଳି ଅବଶିଷ୍ଟ ସେଓରୁ ଅଧେ ଓ ଆଉ ଫାଳେ ଦେଲା । ସପ୍ତମ ଗରାଖକୁ ଅବଶିଷ୍ଟର ଅଧେ ଓ ଫାଳେ ଦେଇସାରିଲା ପରେ ଦେଖିଲା ତା' ପାଖରେ ଆଉ ସେଓ ବଳକା ନାହିଁ । ଦୋକାନୀଟି ମୋଟ କେତେ ସେଓ ରଖିଥିଲା ଓ କ୍ରେତାମାନେ ଯଥାକ୍ରମେ କେତେ ଲେଖାଏଁ ସେଓ ନେଲେ ?

ମନେକର ଦୋକାନୀ ପାଖରେ x ଟି ସେଓ ଥିଲା ।

$$\text{ପ୍ରଥମ ଗରାଖ (କ୍ରେତା) ନେଲା : } \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \text{ ବା } \frac{x+1}{2} \text{ ସେଓ ଏବଂ}$$

$$\text{ରହିଲା } x - \frac{x+1}{2}$$

$$\text{ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ରେତା : } \frac{1}{2} \left(x - \frac{x+1}{2} \right) + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2^2} = \frac{x+1}{4}$$

$$\text{ତୃତୀୟ କ୍ରେତା : } \frac{1}{2} \left(x - \frac{x+1}{2} - \frac{x+1}{4} \right) + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2^3}$$

$$\text{ଚତୁର୍ଥ କ୍ରେତା : } \frac{x+1}{2^4} ; \text{ ପଞ୍ଚମ କ୍ରେତା : } \frac{x+1}{2^5}$$

$$\text{ଷଷ୍ଠକ୍ରେତା } \frac{x+1}{2^6} \text{ ଏବଂ ସପ୍ତମ କ୍ରେତା ନେଲା } \frac{x+1}{2^7}$$

ସାତଜଣ ଯାକ ନେଇଥିବା ସେଓ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା :

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{2^2} + \frac{x+1}{2^3} + \frac{x+1}{2^4} + \frac{x+1}{2^5} + \frac{x+1}{2^6} + \frac{x+1}{2^7} = x$$

$$\Rightarrow (x+1) \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} \right\} = x$$

$$\Rightarrow (x+1) \left\{ \frac{64+32+16+8+4+2+1}{128} \right\} = x$$

$$\Rightarrow (x+1) \frac{127}{128} = x$$

$$\Rightarrow 128x = 127(x-1)$$

$$\Rightarrow x = 2^7 - 1 = 127$$

\therefore ଦୋକାନୀ ପାଖରେ ମୋଟ 127 ଟି ସେଓ ଥିଲା ।

ଏଥିରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ ପ୍ରଥମରୁ ସପ୍ତମଯାଏ କ୍ରେତାମାନେ ଯଥାକ୍ରମେ

64, 32, 16, 8, 4, 2 ଓ 1 ଟି ସେଓ କିଣିଥିଲେ । ବାସ୍ତବରେ କୌଣସି କ୍ରେତା କଟା ବା ଫାଳିକିଆ ସେଓ କିଣି ନଥିଲେ ।

୪୨. କୁକୁଡ଼ାଙ୍କ ଖାଦ୍ୟ ।

ଏକତିରିଶଟି କୁକୁଡ଼ାଙ୍କ ପାଇଁ ଜଣପିଛା ସପ୍ତାହକୁ ଏକ ଲିଟର ଲେଖାଏଁ ହିସାବ ହୋଇ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ପାଇଁ କିଛି ଖାଦ୍ୟ ଗଚ୍ଛିତ ଥିଲା । ମାତ୍ର ପ୍ରତି ସପ୍ତାହରେ ଗୋଟାଏ ଲେଖାଏଁ କୁକୁଡ଼ା କମିଯିବାରୁ ଗଚ୍ଛିତ ଖାଦ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ସମୟର ଦୁଇଗୁଣ ସମୟରେ ସରିଲା । ପ୍ରଥମତଃ କେତେ ସମୟ ପାଇଁ ଖାଦ୍ୟ ଓ କେତେ ପରିମାଣର ଖାଦ୍ୟ ଗଚ୍ଛିତ ଥିଲା ?

ମନେକର ମୋଟ x ଲିଟର ଖାଦ୍ୟ y ସପ୍ତାହ ପାଇଁ ଗଚ୍ଛିତ ଥିଲା ।

31 ଟି କୁକୁଡ଼ାର y ସପ୍ତାହ ପାଇଁ ଖାଦ୍ୟ = $31y$

$$\therefore x = 31y$$

ପ୍ରଥମ ସପ୍ତାହରେ 31 ଟି କୁକୁଡ଼ା ପାଇଁ 31 ଲିଟର ଖାଦ୍ୟ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ । ପ୍ରତି ପରବର୍ତ୍ତୀ ସପ୍ତାହରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ କୁକୁଡ଼ା କମିଯାଉଥିବାରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସପ୍ତାହରେ 30 ଲିଟର, ତୃତୀୟ ସପ୍ତାହରେ 29 ଏଇଭଳି ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ସମୟର ଦୁଇଗୁଣ ସମୟ ପାଇଁ ଅର୍ଥାତ୍ $2y$ ସପ୍ତାହରେ ଶେଷ ସପ୍ତାହ ଯାଏ ଖର୍ଚ୍ଚ ହୋଇ ଚାଲିବ ।

ପ୍ରତି ସପ୍ତାହ ପିଛା ଖର୍ଚ୍ଚର ଧାରା ହେଲା :

ପ୍ରଥମ ସପ୍ତାହ 31 ଲି

ଦ୍ୱିତୀୟ ସପ୍ତାହ $31-2+1 = 30$ ଲିଟର

ତୃତୀୟ ସପ୍ତାହ $31-3+1 = 29$ ଲିଟର

ଏବଂ ଶେଷରେ $2y$ ତମ ସପ୍ତାହରେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ $(31-2y+1)$ ଲିଟର

ସମୁଦାୟ ଗଚ୍ଛିତ ଖାଦ୍ୟ x ଲିଟର ବା $31y$ ଲିଟର

$$31y \Rightarrow 31+30+29 \dots\dots\dots(31-2y+1)$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{31+(31-2y+1)}{2} \right\} \times 2y = (63-2y)y$$

$$\Rightarrow 31y = (63-2y) \times y$$

$$\Rightarrow 63-2y = 31 \text{ (କାରଣ } y \neq 0 \text{)}$$

$$\Rightarrow -2y = 31-63$$

$$\Rightarrow 2y = 32$$

$$\Rightarrow y = 16$$

$$x = 31y = 31 \times 16 = 496$$

ଅର୍ଥାତ୍ 496 ଲିଟର ଖାଦ୍ୟ 16 ସପ୍ତାହ ପାଇଁ ଗଚ୍ଛିତ ଥିଲା ।



ପଢ଼ନ୍ତୁ

ନବଯୁଗ ଗ୍ରନ୍ଥାଳୟ,

ବଜ୍ରକବାଟିରୋଡ଼, କଟକ - ୭୫୩୦୦୧

, ଦ୍ଵାରା ପ୍ରକାଶିତ

ଅଙ୍କ କଉତୁକ

ବିଜ୍ଞାନ କଉତୁକ

ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ କଉତୁକ